УДК 535. 317

А. Л. СУШКОВ

ИСПРАВЛЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В ЛИНЗЕ ВВЕДЕНИЕМ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрена возможность исправления сферической аберрации в одиночной линзе за счет применения осевой, радиальной и сфероконцентрической неоднородности показателя преломления. Проведено сравнение с результатами, полученными при асферизации поверхностью второго порядка.

Ключевые слова: *сферическая аберрация, асферическая поверхность, радиальная осевая, сфероконцентрическая неоднородность показателя преломления.*

В работах [1, 2] показана возможность улучшения характеристик оптической системы, в частности, увеличения апертуры и повышения качества изображения за счет асферизации поверхностей.

В последнее время в связи с бурным развитием оптики неоднородных сред, используемой в эндоскопостроении и согласующих элементах волоконно-оптических линий связи, актуальными стали вопросы применения неоднородности показателя преломления в линзах классических оптических систем. В первую очередь это относится к элементам малогабаритных оптических систем для телевидения, микророботов и др.

Рассмотрим вопросы влияния осевой, радиальной и радиально-осевой (сфероконцентрической) неоднородности показателя преломления на сферическую аберрацию линзы.

Для линзы с неоднородным показателем преломления справедливо соотношение [3]:

$$S_i = \bar{S}_i + \tilde{S}_i, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, \qquad (1)$$

где i — номер аберрации третьего порядка, S_i — коэффициент i-й аберрации, $\bar{S}_i$ определяется влиянием поверхности, а $\tilde{S}_i$ — неоднородностью среды.

В случае тонкой линзы величину вклада переноса $\tilde{S}_i$ можно принять достаточно малой и пренебречь ей при первичном анализе.

Из литературы [1, 2] известно, что коэффициент аберрации S_1 однородной оптической системы с асферическими поверхностями второго порядка может быть представлен следующим образом:

$$S_1 = \sum_{k=1}^{k=n} h_k P_k + \sum_{k=1}^{k=n} B_k h_k^4, \qquad (2)$$

где $B_k = \frac{b_k}{r_k^3} \delta\, n_{00k}$, $\delta n_{00k} = n_{00k+1} - n_{00k}$, b_k — коэффициент деформации k-й поверхности, r — радиус поверхности линзы, h_k — высота первого вспомогательного луча на поверхности линзы, P_k — поверхностный коэффициент, n_{00} — показатель преломления оптической среды. Для радиальной неоднородности показателя преломления n_{00} — показатель преломления на оси; для осевой неоднородности показателя преломления $n_{00}=n_0$ — показатель преломления в плоскости начала градиентной среды, задаваемой смещением системы координат Δz.

При всех типах неоднородного показателя преломления выражение для $\bar{S}_1$ имеет вид [3]:

$$\overline{S}_1 = \sum_{k=1}^{k=n} h_k P_k + \sum_{k=1}^{k=n} K_k h_k^4 . \qquad (3)$$

Коэффициент K_k определяется по следующим формулам:

— для осевой неоднородности показателя преломления ($n_0 + n_{01} z$)

$$K_k = \frac{\delta n_{01k}}{r_k^2}, \ \delta n_{01k} = n_{01k+1} - n_{01k}; \qquad (4)$$

— для радиальной неоднородности показателя преломления ($n(y) = n_{00} + n_{10} y^2$)

$$K_k = \frac{4\delta n_{10k}}{r_k}, \ \delta n_{10k} = n_{10k+1} - n_{10k}; \qquad (5)$$

— для радиально-осевой (сфероконцентрической) неоднородности показателя

$$K_k = \frac{4\delta n_{10k}}{r_k} + \frac{\delta n_{01k}}{r_k^2}, \ \delta n_{01k} = n_{01k+1} - n_{01k}, \ \delta n_{10k} = n_{10k+1} - n_{10k}. \qquad (6)$$

Анализ выражений (2) и (3) показывает, что за счет различных технологий можно получить близкий результат по исправлению сферической аберрации линзы. Более того, можно проводить предварительные расчеты с применением асферизации поверхности, а в дальнейшем по формулам, связывающим параметры асферической поверхности и неоднородной оптической среды, перейти к введению неоднородности показателя преломления.

Осевая неоднородность показателя преломления. Осевое распределение показателя преломления в области аберраций третьих порядков зададим полиномом:

$$n(z) = n_{00} + n_{01} z . \qquad (7)$$

Если последовательно вводить осевую неоднородность показателя преломления в область, прилегающую к первой или второй поверхности, то можно показать, что для коэффициента n_{01} справедливо соотношение

$$n_{01k} = \frac{b_k \left(n_{00} - 1\right)}{r_k}, \ k=1,2, \qquad (8)$$

В случае плосковыпуклой линзы для исправления сферической аберрации имеем при $b_2 = -e^2$, где e — эксцентриситет асферической поверхности:

$$n_{01} = \frac{-e^2 \left(n_{00} - 1\right)}{r_2}. \qquad (9)$$

Из (9) можно получить условие обратного перехода от осевой неоднородности показателя преломления с коэффициентом n_{01} к асферической поверхности второго порядка с эксцентриситетом

$$e^2 = -\frac{n_{01} r_2}{n_{00} - 1}. \qquad (10)$$

Для численного примера возьмем плосковыпуклую линзу с фокусным расстоянием 200 мм. Конструктивные данные линзы следующие: $r_1 = \infty$, $r_2 = -100$ мм, $n_{00} = 1{,}5$, толщина $d = 5$ мм.

Известно, что для исправления сферической аберрации третьего порядка асферизацией второй поверхности должно выполняться условие $e^2 = n_{00}^2$.

В табл. 1 приведены реальные значения аберрации точки на оси исходной однородной линзы (для $f' = 200$; $s'_{F'} = 200$; относительного входного отверстия 1:6,67; $r_{зр} = 15$ мм). Здесь и далее используются следующие обозначения: $\Delta s'$ — продольная сферическая аберрация, мм;

$\Delta y'$ — поперечная сферическая аберрация, мм; $W(\lambda)$ — волновая аберрация, λ — длина волны; m — относительная высота прохождения луча на входном зрачке.

Асферизация второй поверхности линзы гиперболоидом с эксцентриситетом e^2=2,25 позволила полностью исправить сферическую аберрацию по всему входному зрачку.

Таблица 1

m	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$
1,000	–5,13	–0,39	–13,08
0,866	–3,82	–0,25	–7,35
0,707	–2,54	–0,14	–3,26
0,500	–1,27	–0,05	–0,82
0,000	0,00	0,00	0,00

В табл. 2 приведены результаты расчета сферической аберрации линзы с осевой неоднородностью показателя преломления при вычисленном по формуле (9) значении коэффициента n_{01} (Δz=3 мм; n_{01}=0,011 25; f'=191,38; $s'_F{}'$=191,38; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм) и ее значение после оптимизации (Δz=3 мм; n_{01}=0,012 00; f'=190,84; $s'_F{}'$=190,84; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм). Отличие оптимизированной величины n_{01} от расчетной по формуле (9) составляет ≈6,7 %.

Таблица 2

m	Расчет по формуле (9)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$
1,000	–0,302	–0,024	–0,883	–0,003	–0,0002	–0,072
0,866	–0,237	–0,016	–0,513	–0,015	–0,001	–0,058
0,707	–0,164	–0,009	–0,235	–0,019	–0,001	–0,034
0,500	–0,085	–0,003	–0,060	–0,013	–0,0005	–0,010
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Радиальная неоднородность показателя преломления. Радиальное распределение показателя преломления в области аберраций третьих порядков задается полиномом

$$n = n_{00} + n_{10} y^2 + n_{20} y^4 . \qquad (11)$$

С учетом (2), (3), (5) обобщенная формула для коэффициента n_{10k} имеет вид

$$n_{10k} = \frac{b_k (n_{00} - 1)}{4 r_k^2}, \; k=1, 2. \qquad (12)$$

Легко показать, что для тонкой линзы оптическая сила $\Phi_{гр}$, обусловленная наличием радиальной неоднородности показателя преломления, определяется соотношением

$$\Phi_{гр} = -2 n_{10} d . \qquad (13)$$

Отсюда получаем

$$n_{10} = -\frac{\Phi_{гр}}{2d} . \qquad (14)$$

После подстановки (14) в (12) будем иметь:

$$\Phi_{гр} = -\frac{2 b_k d \left(n_{00} - 1\right)}{4 r_k^2} . \qquad (15)$$

Из (15) видно, что знак оптической силы $\Phi_{гр}$ зависит от знака коэффициента b_k:

$$\Phi = \Phi_{одн} + \Phi_{гр}, \qquad (16)$$

где $\Phi_{одн}$ — оптическая сила однородной линзы, определяемая значением кривизны поверхностей линзы.

Оптическая сила, вносимая радиальной неоднородностью показателя преломления, положительна:

$$\Phi_{гр} = \frac{n_{00}^{\;2} d(n_{00} - 1)}{2r_2^2} > 0\,. \qquad (17)$$

Следовательно, применение радиальной неоднородности показателя преломления в отличие от асферизации поверхности приводит к изменению оптической силы исходной линзы.

Числовые данные сферической аберрации линзы после введения радиальной неоднородности (f'=189,43; $s'_F{}'$=189,34; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм; $n_{10} = -2{,}8125\cdot10^{-5}$) по формуле (12) и ее оптимизации (f'=188,77; $s'_F{}'$=188,68; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм; $n_{10} = -3{,}0\cdot10^{-5}$) приведены в табл. 3. Величина волновой аберрации при оптимизированном значении коэффициента n_{10} не превышает 0,1λ.

Таким образом, введение радиальной неоднородности показателя преломления с положительной оптической силой позволило исправить сферическую аберрацию в одиночной линзе. Если в склеенном дублете исправление сферической аберрации достигается за счет совместной работы положительной и отрицательной линз, то в градиентном синглете положительный эффект получен за счет совместного действия двух положительных линз: однородной и радиально-градиентной.

Таблица 3

m	Расчет по формуле (12)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$
1,000	–0,306	–0,0241	–0,873	–0,014	–0,0010	–0,062
0,866	–0,232	–0,0158	–0,497	–0,015	–0,0010	–0,0416
0,707	–0,156	–0,0087	–0,223	–0,013	–0,0007	–0,0215
0,500	–0,079	–0,0031	–0,0565	–0,008	–0,0003	–0,0061
0,000	0,000	0,0000	0,000	0,000	0,0000	0,0000

Разница в значениях коэффициента n_{10} табл. 3 составляет 6,67 %.

Сфероконцентрическая неоднородность показателя преломления задается полиномом в сферической системе координат:

$$n(r_g - \rho) = n_{\rho 0} + n_{\rho 1}\left(r_g - \rho\right), \qquad (18)$$

где r_g — технологический радиус формирования сфероконцентрической неоднородности показателя преломления, ρ — текущая координата показателя преломления на технологическом радиусе.

В общем случае значения радиуса поверхности линзы r и r_g могут не совпадать.

При переходе к декартовой системе координат [4] имеем:

$$n_{00}=n_{\rho 0},\; n_{01}=n_{\rho 1},\; n_{10} = -\frac{1}{2r_g} n_{\rho 1}\,. \qquad (19)$$

Подставим K_k (см. формулу (6)) для первой и второй поверхностей в параметрах (19) и приравняем K_k к B_k.

Для первой поверхности линзы будем иметь:

$$K_1 = \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_1 r_g}\right) n_{\rho 1} \text{ и } n_{1\rho 1} = \frac{b_1\left(n_{00} - 1\right)}{r_1\left[1 - 2\left(\dfrac{r_1}{r_{g1}}\right)\right]}\,. \qquad (20)$$

Пусть $r_1 = r_{g1}$, тогда

$$n_{1\rho 1} = -\frac{b_1\left(n_{00} - 1\right)}{r_1} \qquad (21)$$

Выполнив аналогичные подстановки в формулу для K_2 второй поверхности, имеем:

$$n_{2\rho 1} = \frac{b_2 \left(n_{00} - 1\right)}{r_2 \left[1 - 2\left(\frac{r_2}{r_{g2}}\right)\right]}. \tag{22}$$

Пусть $r_2 = r_{g2}$, тогда получаем

$$n_{2\rho 1} = -\frac{b_2 \left(n_{00} - 1\right)}{r_2}. \tag{23}$$

В случае плосковыпуклой линзы для устранения сферической аберрации будем иметь:

$$n_{2\rho 1} = \frac{n_{00}^2 \left(n_{00} - 1\right)}{r_2}. \tag{24}$$

Данные сферической аберрации линзы после выведения по формуле (24) неоднородности (f'=187,86; $s'_F{}'$=187,69; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм; $n_{2\rho 1} = -1{,}125 \cdot 10^{-2}$) и ее оптимизации ($f'$=186,74; $s'_F{}'$=186,55; 1:6,31; $r_{зр}$=15 мм; $n_{2\rho 1} = -1{,}2 \cdot 10^{-2}$) приведены в табл. 4.

Таблица 4

m	Расчет по формуле (24)			Результат оптимизации		
	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$	$\Delta s'$	y'	$W(\lambda)$
1,000	–0,306	–0,0241	–0,873	–0,017	–0,0010	–0,033
0,866	–0,232	–0,0158	–0,497	–0,009	–0,0006	–0,0014
0,707	–0,156	–0,0087	–0,223	–0,004	–0,0002	–0,0039
0,500	–0,079	–0,0031	–0,0565	–0,001	–0,0000	–0,0004
0,000	0,000	0,0000	0,000	0,000	0,0000	0,0000

Анализ формул (8) и (20), (22) показывает, что при переходе от сфероконцентрической к осевой неоднородности показателя преломления коэффициенты $n_{\rho 1}$ и n_{01} сохраняют абсолютное значение, но меняют знак. При $r_k \neq r_{gk}$ имеются множество промежуточных значений $n_{\rho 1}$ и, следовательно, широкие возможности по получению различных величин сферической аберрации третьего порядка.

Полученные выводы подтверждаются данными табл. 4 и 2, показывающими, что при осевой неоднородности показателя преломления коэффициент $n_{01}>0$. В противоположность этому при сфероконцентрической неоднородности показателя преломления коэффициент $n_{\rho 1}<0$. Следовательно, технологическая возможность получения убывающего или возрастающего изменения показателя преломления определяет выбор типа неоднородности — осевой или сфероконцентрической. Этот факт имеет важное значение при разработке технологии получения неоднородности показателя преломления.

Заключение. Анализ показал, что сферическую аберрацию третьего порядка можно исправить как асферизацией поверхности, так и введением осевой, радиальной или радиально-осевой неоднородности показателя преломления.

При асферизации параксиальные характеристики не изменяются. При введении осевой, радиальной и сфероконцентрической неоднородности оптическая сила линзы изменяется в небольших пределах. Выбор типа неоднородности показателя преломления связан с технологическими возможностями получения градиентной среды.

Хотя рассмотренный подход является приближенным, поскольку не учитывает вклада толщины линзы в коэффициент аберрации, он может быть полезным при оценке исходных параметров линзы с неоднородным показателем преломления. Проведенный анализ показал, что рассчитанные по формулам (9), (12), (24) значения коэффициентов n_{01}, n_{10}, $n_{\rho 1}$ для плосковыпуклой линзы отличаются от оптимизированных не более чем на 7 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Заказнов Н. П., Кирюшин С. А., Кузичев В. И.* Теория оптических систем. М.: Машиностроение, 1992. 448 с.

2. *Запрягаева Л. А. Свешникова И. С.* Расчет и проектирование оптических систем. М.: Логос, 2000. 582 с.

3. *Поспехов В. Г., Ровенская Т. С., Сушков А. Л.* Свойства граданов в области аберраций третьего порядка // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. Т. 32, №1. С. 63—69.

4. *Сушков А. Л.* Параметры сфероконцентрического распределения показателя преломления в сферической и прямоугольной системах координат // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 12. С. 54—60.

Сведения об авторе

Александр Леонидович Сушков — канд. техн. наук, доцент; Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, кафедра оптико-электронных приборов научных исследований; E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов
научных исследований

Поступила в редакцию
25.03.08 г.