УДК 629.78

И. В. Лазарев

ДИСКРИМИНАЦИОННЫЙ МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ЗВЕЗДНЫХ КООРДИНАТОРОВ С ПЗС-МАТРИЦАМИ

Предложен метод повышения точности угловых измерений положений звезд относительно центра оптической оси звездными координаторами с использованием дискриминационной характеристики.

Ключевые слова: *звездные координаторы, ПЗС, дискриминационная характеристика, ошибка определения координат.*

В настоящее время в системах управления ориентацией и стабилизацией космических аппаратов (КА) получили широкое распространение приборы, базирующиеся на визировании участков звездного поля оптико-электронными устройствами на базе приборов с зарядовой связью (ПЗС-матриц) — звездные координаторы [1—3]. Данные устройства позволяют в автоматическом режиме определять параметры ориентации с точностью до угловых секунд.

Упрощение и удешевление систем навигации и ориентации КА — постоянное требование космонавтики. К настоящему времени разработаны не усложняющие материально-техническую базу устройств измерения методы, позволяющие повысить точность угловых измерений направлений на точечные объекты (звезды) [2, 4]. Данные методы основаны на вычислении уточненных координат звезд при разной степени фокусировки пучка света от них. Расфокусированный пучок света всегда попадает на несколько элементов ПЗС-матрицы. Площадь сфокусированного пучка света сопоставима с площадью элемента, но этот пучок так же может засветить несколько соседних элементов.

В общем случае погрешность определения угловых координат зависит от размера матрицы, ее разрешения (количества элементов по вертикали и горизонтали), размера фоточувствительного элемента и поля зрения оптической системы. Можно показать, что вычислить угловое положение звезды относительно центра оптической оси прибора возможно, используя формулы:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(x\frac{2\operatorname{tg}\left(\frac{w_x}{2}\right)}{d_x}\right)^{\circ};\ \ \beta = \operatorname{arctg}\left(y\frac{2\operatorname{tg}\left(\frac{w_y}{2}\right)}{d_y}\right)^{\circ}, \qquad (1)$$

где α и β — угловое положение звезды в горизонтальной и вертикальной плоскости соответственно; x и y — координаты центра звезды в плоскости ПЗС-приемника; w_x и w_y — угол поля зрения оптической системы в горизонтальной и вертикальной плоскости соответственно; d_x и d_y — ширина и высота светочувствительной области ПЗС-приемника. Геометрические координаты и размеры измеряются в миллиметрах.

При углах поля зрения меньше 20° формулы (1) упрощаются

$$\alpha = x\frac{w_x}{d_x};\ \ \beta = y\frac{w_y}{d_y}. \qquad (2)$$

Из соотношений (2) видно, что погрешность определения угловой координаты звезды зависит от погрешности определения соответствующих координат ее центра в плоскости ПЗС-матрицы. Положим, что ширина и высота ячейки матрицы одинаковы и равны a. Максимальные отклонения оценок есть ошибка $\Delta x_{\max} = \Delta y_{\max} = 0,5a$. Соответствующие ошибки определения угловых координат могут быть рассчитаны так:

$$\Delta\alpha_{\max} = \Delta x_{\max}\frac{w_x}{d_x};$$
$$\Delta\beta_{\max} = \Delta y_{\max}\frac{w_y}{d_y}. \tag{3}$$

Существует метод определения координат центра светила, позволяющий уменьшить ошибки.

Рассмотрим погрешности, связанные с определением только горизонтальной координаты x: для вертикальной координаты y расчеты аналогичны.

На рис. 1 показан участок матрицы размером 2×2 ячейки. Ширина и высота ячейки равна a, ширина перегородок между ячейками не учитывается; x_0 и y_0 — исходные координаты центра пятна рассеяния. Относительный уровень электрического сигнала на элементах матрицы равен s_{ij}. Сигналы с четырех соседних элементов матрицы описываются уравнениями

$$s_{11} = \int_{-a}^{0}\int_{0}^{a} f\left(x, y; x_0, y_0\right)dxdy,$$

$$s_{12} = \int_{0}^{a}\int_{0}^{a} f\left(x, y; x_0, y_0\right)dxdy,$$

$$s_{21} = \int_{-a}^{0}\int_{-a}^{0} f\left(x, y; x_0, y_0\right)dxdy,$$

$$s_{22} = \int_{0}^{a}\int_{-a}^{0} f\left(x, y; x_0, y_0\right)dxdy,$$

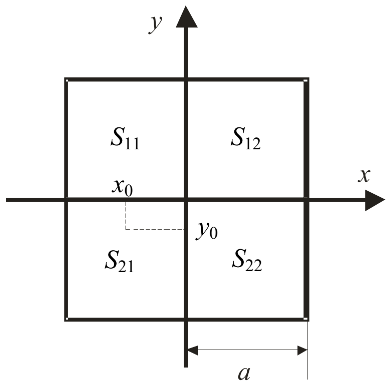

Рис. 1

где f — нормированная функция распределения энергии в пятне рассеяния,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f\left(x, y; x_0, y_0\right)dxdy = 1.$$

Пусть модель пятна рассеяния — двумерное распределение Гаусса с центром в точке x_0, y_0. Радиусом пятна далее считается $r = 3\sigma$. Сигналы

$$s_1 = s_{11} + s_{21} = \left\{\Phi\left(-\frac{x_0}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{x_0 + a}{\sigma}\right)\right\}\left\{\Phi\left(-\frac{y_0 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{y_0 + a}{\sigma}\right)\right\} = \varphi_1\left(x_0\right)\psi\left(y_0\right),$$

$$s_2 = s_{12} + s_{22} = \left\{\Phi\left(-\frac{x_0 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{x_0}{\sigma}\right)\right\}\left\{\Phi\left(-\frac{y_0 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{y_0 + a}{\sigma}\right)\right\} = \varphi_2\left(x_0\right)\psi\left(y_0\right). \tag{4}$$

Суммарный сигнал

$$s = s_1 + s_2 = \left\{\Phi\left(-\frac{x_0 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{x_0 + a}{\sigma}\right)\right\}\left\{\Phi\left(-\frac{y_0 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{y_0 + a}{\sigma}\right)\right\} = \varphi\left(x_0\right)\psi\left(y_0\right).$$

Отношение любого из сигналов (4) к суммарному дает уравнение относительно неизвестной координаты центра пучка x_0

$$\phi\left(x_0\right) = \frac{s_1}{s} = \frac{s_2}{s} = \text{const}. \tag{5}$$

В общем виде уравнение (5) записывается так:

$$k = \phi\left(x_0\right). \tag{6}$$

Соотношение (6) можно назвать дискриминационной характеристикой [5].

На рис. 2 приведены дискриминационные характеристики при различной степени расфокусировки пучка рассеяния (*1* — *r* = 0,5a; *2* — *r* = 1,0a; *3* — *r* = 1,5a). При $r > a$ дискриминационная характеристика (4) неплохо аппроксимируется линейной зависимостью. Например, при $r = 1,5a$

$$k \approx -0,6565 x_0 + 0,5,$$

так что горизонтальную координату можно рассчитать по уравнению

$$x_0 = \frac{0,5 - k}{0,6565}. \tag{7}$$

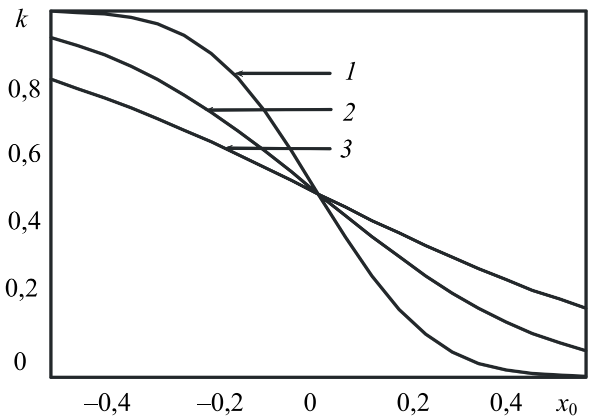

Рис. 2

Линейность и крутизна $\left|kr\right| = 0,6565$ дискриминационной характеристики определяют основные свойства оценки координат центра:

— оценка несмещенная;

— при нормальных погрешностях измерений величины k (за счет нормального шума) погрешности оценивания координаты x_0 также нормальны.

Результаты моделирования алгоритма вычисления горизонтальной координаты (7) с добавлением гауссовой помехи (математическое ожидание $m_n = 0$, СКО σ_n) — экспериментальные плотности распределения оценок горизонтальной координаты при различных соотношениях сигнал—шум (ОСШ) $\frac{s_{\max}}{\sigma_n}$ приведены на рис. 3 (*1* — ОСШ = 25, *2* — 50, *3* — 100). Максимальный уровень сигнала $s_{\max} = 1$, что соответствует случаю засветки элемента сфокусированным пучком света. Оценки координат подтверждают несмещенность и соответствуют нормальной плотности распределения. Также из графиков видно, что $\Delta x_{\max} < 0,5a$, т.е. данный метод позволяет вычислить координаты центра звезды с точностью, превышающей разрешение ПЗС-матрицы.

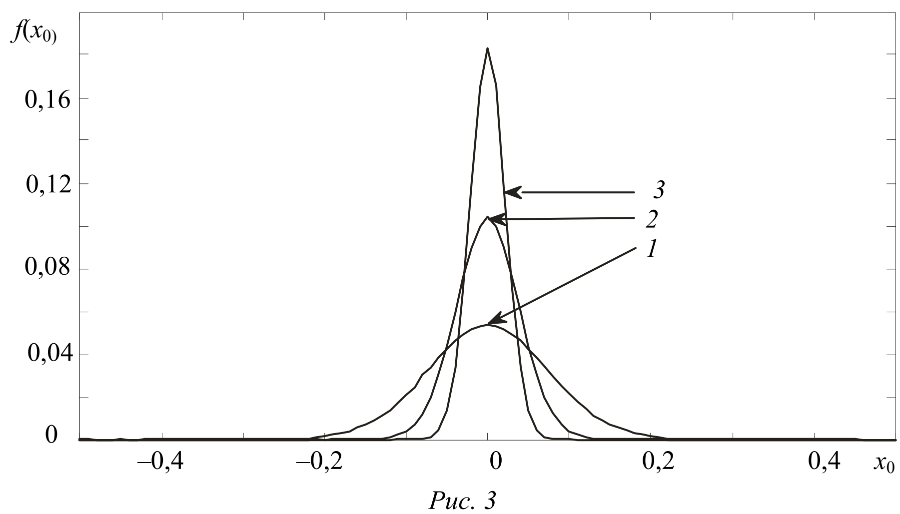

Рис. 3

Аппроксимация дискриминационной характеристики линейной зависимостью характеризует простоту уточнения координаты. Реализация данного метода в вычислительном устройстве носит тривиальных характер и практически не снижает быстродействия блока определения координат звезд. В более сложных случаях дискриминационную характеристику можно аппроксимировать многочленами *n*-го порядка, но это приведет к повышению вычислительной сложности.

Рассмотрим моделирование алгоритма с использованием других моделей пятна рассеяния света: цилиндрическим

$$f(x,y)=\begin{cases}0, & \sqrt{x^2+y^2}>r,\\ \dfrac{1}{\pi r^2}, & \sqrt{x^2+y^2}\le r\end{cases}$$

и полусферическим пятном рассеяния

$$f(x,y)=\begin{cases}0, & \sqrt{x^2+y^2}>r,\\ \dfrac{3\sqrt{x^2+y^2}}{2\pi r^3}, & \sqrt{x^2+y^2}\le r.\end{cases}$$

Дискриминационные характеристики аппроксимируются линейными зависимостями. При этом к ошибке определения координаты добавляется ошибка аппроксимации. Максимальное отклонение оценки координаты и в этих случаях $\Delta x_{\max}\approx 3\sigma$.

В таблице сведены результаты моделирования. Строки таблицы разделены на три группы: *1* — для гауссовой модели пятна рассеяния, *2* — для цилиндрического пятна рассеяния, *3* — для полусферического пятна рассеяния. Исходные координаты x задавались в интервале от –0,5 до +0,5 с шагом 0,1, координата $y=0$. Для каждой координаты центра пучка просчитывались $N=100$ сигналов с добавлением гауссовой помехи.

Результаты моделирования алгоритма оценки координат с помощью дискриминационной характеристики

Группа	ОСШ	$r=0{,}5a$	$r=1{,}0a$	$r=1{,}5a$	$r=2{,}0a$
1	10	0,41a	0,45a	> 0,5a	> 0,5a
	25	0,25a	0,17a	0,23a	0,40a
	50	0,23a	0,11a	0,12a	0,20a
	100	0,22a	0,09a	0,07a	0,10a
2	10	0,37a	> 0,5a	> 0,5a	> 0,5a
	25	0,15a	0,29a	> 0,5a	> 0,5a
	50	0,10a	0,13a	> 0,5a	> 0,5a
	100	0,10a	0,15a	> 0,5a	> 0,5a
3	10	0,37a	> 0,5a	> 0,5a	> 0,5a
	25	0,18a	0,22a	> 0,5a	> 0,5a
	50	0,14a	0,12a	0,40a	> 0,5a
	100	0,13a	0,06a	0,23a	> 0,5a

Как видно из таблицы, данный алгоритм позволяет повысить точность измерений координат центра пучка в несколько раз. Степень повышения точности преимущественно зависит от соотношения сигнал—шум и размера пятна рассеяния света.

Данный алгоритм применим и к реальным устройствам. Ниже приведены ключевые характеристики звездного координатора БОКЗ [3]:

— фокусное расстояние объектива — 60 мм;

— число элементов ПЗС — 512×512;

— размер элемента ПЗС — 16×16 мкм;

— максимальная регистрируемая звездная величина — +8.

Так как ширина и высота ячейки равны, число горизонтальных и вертикальных элементов одинаково, рассчитаем погрешность только для горизонтальной координаты. Ширина светочувствительной области ПЗС-матрицы $d_x \approx 8,2$ мм, угол поля зрения в горизонтальной плоскости $w_x = 7,8°$. Тогда максимальное отклонение оценки координаты (без использования алгоритма уточнения координат), рассчитанное по (3), $\Delta\alpha_{\max} \approx 27''$. С использованием алгоритма уточнения координат при соотношении сигнал—шум 100 (что примерно соответствует светилам звездной величины +6—+7) в предположении, что пучок рассеяния света внутри пятна освещенности распределен по двумерному закону Гаусса ($r = 3\sigma \approx 24$ мкм), ошибка уменьшается до $\Delta\alpha_{\max} \approx 0,3''$.

Таким образом, очевидны возможности усовершенствования характеристик звездных координаторов. В работе показана принципиальная возможность повышения точности звездных координаторов сверх того, что позволяет разрешение ПЗС-матрицы. Дальнейшие исследования возможны в двух направлениях: использование более сложных уравнений для аппроксимации дискриминационной характеристики или моделирование шума ПЗС-матрицы, близкого к шуму реальных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малинин В. В., Фалеев А. В.* Оптико-электронные системы ориентации по звездному полю // Оптич. журн. 1996. № 10. С. 28—31.

2. *Малинин В. В.* Моделирование и оптимизация оптико-электронных преобразователей с фотоприемными матрицами. Новосибирск: Наука, 2005. 256 с.

3. *Аванесов Г. А., Зиман Я. Л., Полянский И. В., Форш А. А.* Телевизионные звездные координаторы (Краткий обзор). М., 2001.

4. *Аванесов Г. А., Зиман Я. Л., Красиков В. А., Снеткова Н. И., Собчук В. Г., Форш А. А.* Алгоритмы определения ориентации космического аппарата по бортовым астроизмерениям // Изв. вузов. Приборостроение. 2003. Т. 46, № 4. С. 31—37.

5. *Митяшев Б. Н.* Определение временного положения импульсов при наличии помех. М.: Сов. радио, 1962. 199 с.

Сведения об авторе

Игорь Владимирович Лазарев — Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; ассистент; E-mail: strider2038@rambler.ru

Рекомендована ГУАП

Поступила в редакцию 04.04.11 г.