ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

УДК 681.518.5

А. Е. Нивин, А. В. Саушев, В. А. Шошмин

СИНТЕЗ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Проанализированы особенности построения фильтров Лагерра, обоснована целесообразность их применения при статистической идентификации динамических систем. Рассматривается алгоритм определения коэффициентов разложения импульсной переходной функции в ряд Лагерра.

Ключевые слова: *статистическая идентификация, динамическая система, ортогональный фильтр Лагерра.*

Одним из перспективных методов оценки технического состояния сложных систем управления является идентификация по динамическим характеристикам, которая отличается широкими возможностями фильтрации помех и возмущений. Под идентификацией системы понимают определение структуры и параметров ее математической модели, которые обеспечивают наилучшую близость выходных величин модели и объекта при одинаковых входных воздействиях [1]. Задача идентификации систем в общем случае сводится к определению оператора модели динамической системы, преобразующего ее входные воздействия в выходные величины. Для определения этого оператора все более широко применяется статистическая идентификация в базисе ортогональных функций [2].

В большинстве известных устройств статистической идентификации, использующих принцип ортогонального разложения оператора идентифицируемой системы, реализуется неявная „замкнутая“ процедура идентификации [3—6]. Наряду с достоинствами (нежесткие требования к точности операции умножения, высокая помехоустойчивость) им свойственны недостатки: большая сложность и длительность идентификации [5, 6].

Для идентификации динамических систем целесообразно использовать функции Лагерра, Чебышева и Уолша [2, 7] с наборами ортогональных фильтров, которые должны иметь импульсные переходные функции, описываемые соответствующей системой функций $\varphi_k(\tau)$, с энергетическим спектром входного сигнала, соответствующим преобразованию Фурье. Известные методы идентификации не учитывают, что быстродействие динамических систем может существенно различаться. Это приводит к увеличению числа членов разложения импульсной переходной функции $\omega(\tau)$ в ряд и к снижению достоверности результатов идентификации.

В настоящей статье рассматривается метод идентификации линейных динамических систем на основе фильтров Лагерра, позволяющий повысить точность идентификации за счет использования при разложении функции $\omega(\tau)$ масштабирующих коэффициентов.

Один из основных подходов к статистической идентификации линейных систем основан на разложении импульсной переходной функции $\omega(\tau)$ в ряд

$$\omega(\tau)=\sum_{k=0}^{\infty}\mu_k F_k(\tau) \qquad (1)$$

по некоторой системе функций $\{\varphi_k(\tau)\}$, где $F_k(\tau)=\{\varphi_k(\tau)\}$ — оператор преобразования.

На практике используется конечное число коэффициентов разложения μ_k (1). Применив к (1) преобразование Лапласа и перейдя в частотную область, получим выражение для оператора идентифицируемой системы

$$W(j\omega)=\sum_{k=0}^{\infty}\mu_k F_k(j\omega), \qquad (2)$$

где $F_k(p)=L\{\varphi_k(\tau)\}$ при $p=j\omega$ представляет собой преобразование по Фурье функций $\varphi_k(\tau)$. Операторы системы $F_k(p)$ и $F_k(j\omega)$ принято называть фильтрами.

Модель системы в виде уравнения (2) при конечном числе m членов разложения и схема формирования погрешности идентификации $e(t)$ представлены на рис. 1, здесь $x(t)$ и $y(t)$ — соответственно входной и выходной сигналы объекта идентификации; $n(t)$ — внешний (возмущающий) сигнал, определяющий шум измерений; $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k, \ldots, \beta_m$ — коэффициенты разложения; Σ — условное обозначение блока суммирования сигналов; $G(j\omega)=\sum_{k=0}^{m}\mu_k F_k(j\omega)$ — оператор модели идентифицируемой системы.

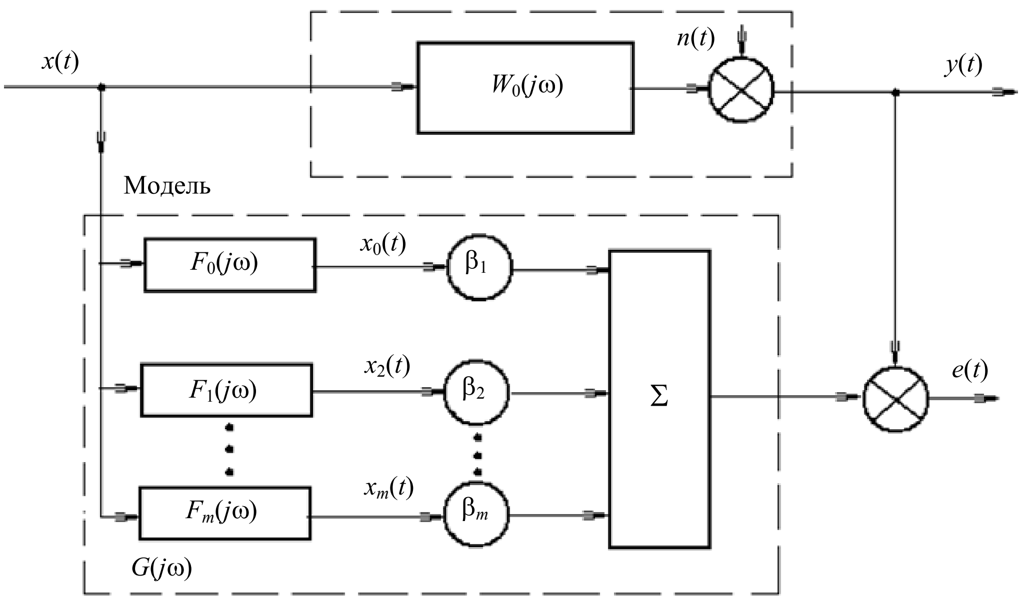

Рис. 1

Ряд (1) аппроксимирует импульсную переходную функцию системы наиболее точно, если значения времени затухания переходных процессов в системе и в цепи фильтров совпадают.

Коэффициенты разложения μ_k в уравнениях (1) и (2) определяются следующим выражением [7]:

$$\mu_k=\left(\int_a^b \omega(\tau)\varphi_j(\tau)\gamma(\tau)d\tau-\sum_{k\neq j}\int_a^b \varphi_k(\tau)\varphi_j(\tau)\gamma(\tau)d\tau\right)\Bigg/\int_a^b \varphi_j^2(\tau)\gamma(\tau)d\tau,$$

где $\gamma(\tau)$ — некоторая произвольная функция времени, определяющая вес ортогональной системы функций $\{\varphi_k(\tau)\}$; $\varphi_j(\tau)$ — j-я функция разложения импульсной переходной функции; (a, b) — интервал ортогонализации функции $\varphi_k(\tau)$.

Выбором системы взаимно ортогональных функций [7] можно добиться взаимной независимости коэффициентов μ_k. В этом случае синтезируемые фильтры должны обеспечивать выполнение условия

$$\delta_{kj} = \int_a^b \varphi_k(\tau)\varphi_j(\tau)\gamma(\tau)d\tau,$$

где δ_{kj} — параметр (символ Кронекера), принимающий значение 0, если $k \neq j$, и 1, если $k=j$; а выражение для вычисления коэффициентов разложения μ_k примет следующий вид:

$$\mu_k = \int_a^b \omega(\tau)\varphi_k(\tau)\gamma(\tau)d\tau. \qquad (3)$$

Непосредственное определение коэффициентов разложения по формуле (3) практически невозможно, так как неизвестна весовая функция системы $\omega(\tau)$. Синтезируя рабочий алгоритм вычисления коэффициентов μ_k, запишем выражение корреляционной функции погрешности, формируемой согласно схеме, представленной на рис. 1.

Вследствие статистической независимости входного сигнала системы $x(t)$ и шума измерений $n(t)$ для спектральных плотностей сигналов выполняется следующее условие:

$$S_{ee}(\omega) = S_{nn}(\omega) + \left(W(j\omega) - G(j\omega)\right)\left(W(-j\omega) - G(-j\omega)\right)S_{xx}(\omega), \qquad (4)$$

где $S_{ee}(\omega)$, $S_{nn}(\omega)$, $S_{xx}(\omega)$ — соответственно спектральная плотность мощности погрешности аппроксимации $e(t)$, мощности шума измерений $n(t)$ и входного сигнала.

Применив к равенству (4) обратное преобразование Фурье, получим

$$R_{ee}(\tau) = R_{nn}(\tau) + F^{-1}\{\left(W(j\omega) - G(j\omega)\right)\left(W(-j\omega) - G(-j\omega)\right)S_{xx}(\omega)\}, \qquad (5)$$

где $R_{ee}(\tau)$, $R_{nn}(\tau)$ — соответственно корреляционные функции погрешности аппроксимации и шума измерений.

Поскольку $R_{ee}(0) = M\{e^2(t)\}$, где M — оператор математического ожидания, то с учетом того, что $\exp(-j\omega\tau) = 1$ при $\tau = 0$, выражение (5) примет вид

$$M\{e^2(t)\} = R_{nn}(0) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left(W(j\omega) - G(j\omega)\right)\left(W(-j\omega) - G(-j\omega)\right)S_{xx}(\omega)d\omega.$$

Коэффициенты μ_k, полученные из условия минимума функции $M\{e^2(t)\}$, в предположении, что входной сигнал является белым шумом со спектральной плотностью $S_{xx}(\omega)$, определяются выражением

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left(F_k(j\omega)W(-j\omega) + F_k(-j\omega)W(j\omega)\right)d\omega \Bigg/ 2\int_{-\infty}^{\infty} F_k(j\omega)F_k(-j\omega)d\omega.$$

Используя теорему Парсеваля, а также учитывая условия физической реализуемости сигналов и конечность времени интегрирования, получим алгоритм вычисления коэффициентов μ_k во временной области:

$$\mu_k = \int_0^T y(t) u_k(t) dt \bigg/ \int_0^T u_k^2(t) dt, \qquad (6)$$

где $y(t)$ — реакция системы на входной сигнал $u(t)$ типа белого шума; $u_k(t)$ — реакция k-го ортогонального фильтра на тот же входной сигнал $u(t)$; T — время интегрирования.

Процедура оценивания коэффициентов μ_k может быть реализована, например, в соответствии с рис. 2, на котором введены следующие обозначения: $u_0(t), u_1(t), \ldots, u_m(t)$ — выходные сигналы соответствующих фильтров; БУ1 и БУ2 — блоки умножения; БИ1 и БИ2 — блоки интегрирования; БД — блок деления; БГ — блок генерации импульсов.

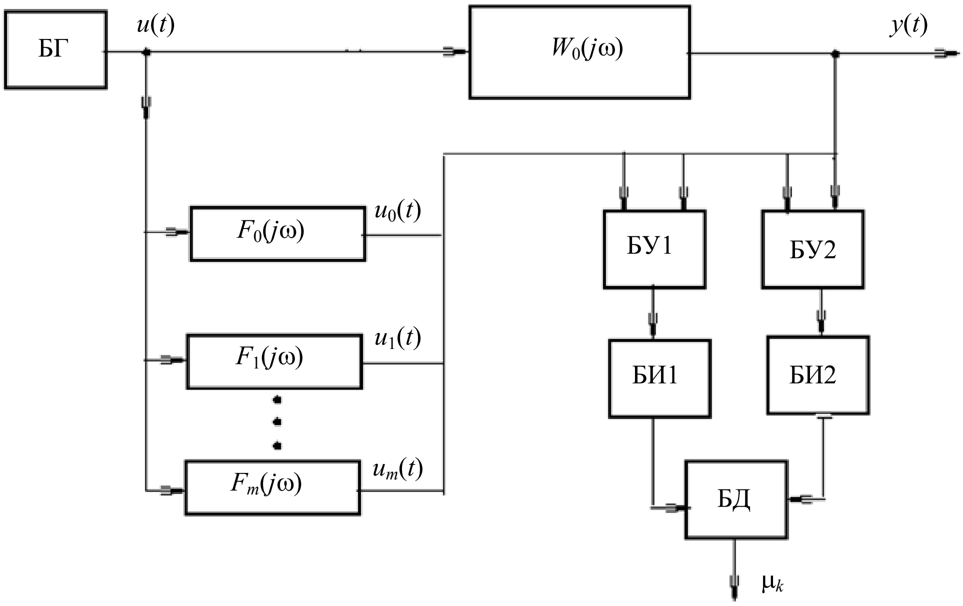

Рис. 2

Модель идентифицируемого динамического объекта в виде (1) содержит ортонормированную систему функций $\varphi_k(\tau)$. Наборы таких взаимно ортогональных функций могут быть получены разными способами. Рассмотрим особенности применения фильтров Лагерра [3], которые образуют полную систему ортонормированных функций и весьма удобны для решения задач идентификации объектов исследования.

При практическом разложении импульсной переходной функции системы в ряд (1) используются лишь первые m членов разложения, остальными можно пренебречь лишь в случае, когда для коэффициентов μ_k выполняется условие

$$\sum_{k=0}^{m} \mu_k^2 >> \sum_{k=m+1}^{\infty} \mu_k^2 .$$

Поскольку различные динамические объекты могут существенно различаться по быстродействию, для увеличения скорости сходимости ряда (1) при фиксированном числе его членов (т.е. для увеличения значения $\sum_{k=0}^{m} \mu_k^2$) целесообразно производить разложение импульсной переходной функции системы $\omega(\tau)$ в ряд (1) не по функциям $\varphi_k(\tau)$, а по функциям $\varphi_k(\rho\tau)$, где ρ — масштабирующий коэффициент.

Используя взаимно ортогональные на интервале $[0,\infty]$ функции Лагерра

$$\begin{cases} l_0(x) = \exp(-x/2); \\ l_0(x) = (1-x)\exp(-x/2); \\ \dots \\ l_k(x) = \sum\limits_{j=0}^{k} \left(C_k^j \big/ j! \right) (-1)^j x^j \exp(-x/2) \end{cases}$$

(C_k^j — число сочетаний из k по j), подстановкой $\tau = x/2\alpha$ можно получить систему взаимно ортогональных преобразованных функций Лагерра $l_k(\tau)$. Такой подход позволяет варьировать скорость затухания переходных процессов в цепи фильтров, изменяя значения параметра (масштабного коэффициента) α.

Обозначим коэффициенты разложения импульсной переходной функции в ряд (1) при использовании фильтров Лагерра $l_k(\tau)$ через коэффициенты β_k (см. рис. 1). При этом формула (6) примет вид

$$\beta_k = \int\limits_0^T y(t) u_k(t) dt \Big/ \int\limits_0^T u_k^2(t) dt . \quad (7)$$

Применив преобразование Лапласа, получим:

$$L_k(p) = L\{l_{k\alpha}(\tau)\} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{p+\alpha} \left(\frac{p-\alpha}{p+\alpha} \right)^k .$$

Легко видеть, что каждый последующий фильтр Лагерра может быть получен из предыдущего последовательным подключением к нему звена с передаточной функцией

$$W_{\text{ф}}(p) = (p-\alpha)/(p+\alpha) .$$

При этом нулевой фильтр представляет собой апериодическое звено с постоянной времени $T = 1/\alpha$ и коэффициентом усиления $K_y = \sqrt{2/\alpha}$.

Для вычисления коэффициентов β_k по формуле (7) целесообразно принять $K_y = 1$. Это обусловлено тем, что нормирование функций происходит в процессе вычисления коэффициентов β_k и при выбранном коэффициенте усиления нулевого фильтра диапазон входных и выходных сигналов одинаков.

Таким образом, передаточная функция нулевого ортогонального фильтра Лагерра определится выражением

$$L_0(p) = \alpha/(p+\alpha) .$$

Звено с передаточной функцией $W_{\text{ф}}(p)$ представляет собой фазовращатель. При этом комплексный коэффициент передачи звена определяется выражением

$$W_{\text{ф}}(j\omega) = \cos\varphi + j\sin\varphi = \exp(j\varphi) = \frac{\omega^2-\alpha^2}{\omega^2+\alpha^2} + j\frac{2\omega\alpha}{\omega^2+\alpha^2} .$$

Таким образом, при прохождении сигнала через звено с передаточной функцией $W_{\text{ф}}(j\omega)$ его амплитуда не меняется, но происходит задержка по фазе, зависящая от частоты, в соответствии с выражением

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{2\omega\alpha}{\omega^2-\alpha^2} = \pi - \operatorname{arctg}\frac{2\omega\alpha}{\alpha^2-\omega^2} .$$

Для идентификации динамических систем разработаны устройства, позволяющие вычислять первые пять коэффициентов разложения импульсной переходной функции идентифицируемого объекта в ряд Фурье по функциям Лагерра [2]. С их помощью возможна прямая (разомкнутая) процедура идентификации. Зная число измеряемых и оптимизируемых коэффициентов разложения, можно вычислить оптимальное значение параметра α. Критерием оптимальности аппроксимации можно считать равенство нулю (k+1)-го коэффициента разложения β_k. При этом значения длительности исследуемого сигнала и функций Лагерра, используемых для аппроксимации, будут близки.

Рассмотренный алгоритм разложения импульсной переходной функции в ряд Лагерра был успешно реализован при техническом диагностировании систем управления электроприводами. При этом было установлено, что уже для пяти членов разложения достигается необходимая точность идентификации параметров системы, что определяет возможность практического использования для решения задачи статистической идентификации специальных технических устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев А. А., Кораблев Ю. А., Шестопалов М. Ю.* Идентификация и диагностика систем. М.: Академия, 2009.
2. *Бессонов А. А.* и др. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л.: Энергоатомиздат, 1989.
3. А.с. 746578 СССР. Устройство для статистической идентификации / *И. И. Волков* // БИ. 1980. № 25.
4. А.с. 1167588 СССР. Устройство для статистической идентификации динамического объекта / *А. А. Бессонов, А. С. Маркелов* // БИ. 1985. № 26.
5. *Дейч А. М.* Методы идентификации динамических объектов. М.: Энергия, 1979.
6. *Эйкхофф П. Ванечен А., Савараги Е.* Современные методы идентификации систем. М.: Мир, 1983.
7. *Пупков К. А., Капалин В. И., Ющенко А. С.* Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976.
8. *Солодовников В. В., Бирюков В. Ф., Тумаркин В. И.* Принцип сложности в теории управления. М.: Наука, 1977.

Сведения об авторах

Алексей Евгеньевич Нивин — соискатель; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург

Александр Васильевич Саушев — канд. техн. наук, профессор; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург; E-mail: Saushev@bk.ru

Владимир Александрович Шошмин — д-р техн. наук, профессор; Государственный университет морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова, кафедра электропривода и электрооборудования береговых установок, Санкт-Петербург; заведующий кафедрой; E-mail: EP-SPGUVK@bk.ru

Рекомендована кафедрой
электропривода и электрооборудования
береговых установок

Поступила в редакцию
25.03.13 г.