

8. Уилкинсон, Райни. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976. 389 с.

Сведения об авторах

Валерий Сергеевич Сизиков

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии; E-mail: sizikov2000@mail.ru

Константин Александрович Кирьянов

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра измерительных технологий и компьютерной томографии; E-mail: kiryancon@front.ru

Роман Алексеевич Экземпляров

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный политехнический университет; E-mail: rexe@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
измерительных технологий
и компьютерной томографии

Поступила в редакцию
13.04.13 г.

УДК 53.082.5

Г. Д. ФЕФИЛОВ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИГНАЛА, ОСНОВАННОЕ НА ПОНЯТИИ О ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ, В ЛАЗЕРНОЙ ДИФРАКТОМЕТРИИ МИКРООБЪЕКТОВ

Проанализированы фазовые изображения измерительных сигналов, используемых в дифрактометрии. Предложена методика исключения избыточности сигнала, позволяющая представить параметры сигнала параметрами его фазового изображения. Такой подход позволяет получить новый информативный параметр, однозначно связанный с контролируемым размером микрообъекта.

Ключевые слова: лазерная дифрактометрия микрообъектов, информативный параметр сигнала.

В теории информации и связи сигнал традиционно представляется математической моделью в виде функции пространства или времени, характеризующей параметры исследуемого сигнала и их изменение. Также при обработке данных и выделении полезной информации широко используется описание сигналов функциями частоты. При этом любой сложный по форме сигнал представляется в виде суммы гармонических колебаний, что позволяет извлекать такую информацию об сигнале, которую трудно получить на основе непосредственного анализа его в пространственной или временной области.

При решении обратной дифракционной задачи — определении размера микрообъекта по его дифракционной картине — для выделения измерительной информации обычно используются модели сигнала, описывающие распределение интенсивности в дифракционной картине Фраунгофера в пространственной или временной области. Также используются модели в виде пространственного или временного фурье-образа сигнала, получаемого в результате амплитудной фильтрации дифракционной картины. Из измерительного сигнала выделяется информативный параметр, однозначно связанный с линейным размером объекта дифракции. Информативные параметры — основа синтеза дифракционных методик измерения, они определяют основные характеристики дифрактометров, созданных на их основе.

В качестве модели измерительного сигнала может быть использовано его геометрическое представление, основанное на понятии о фазовом* пространстве. При этом для каждой величины независимой текущей переменной (пространственные координаты или время) анализируемому сигналу в фазовом пространстве соответствует изображающая точка, совокупность которых образует фазовое изображение сигнала в выбранной системе фазовых координат [1]. Траектория движения изображающей точки изменяется при изменении одного или нескольких параметров сигнала.

Анализ сигнала в фазовом пространстве позволяет отображать параметры пространственного или временного сигнала геометрическими параметрами его фазового изображения. Представление сигнала в фазовом пространстве в виде фазовой траектории позволяет оценить его параметры, при этом из рассмотрения обычно исключаются пространственные координаты или время. В качестве системы координат X_i, Y_i, Z_i , образующей фазовое пространство, выбираются величины, зависящие от параметров анализируемого сигнала: сам сигнал, зависящие друг от друга функции переменной, являющиеся результатом различных преобразований сигнала (интегрирования, дифференцирования любого порядка, а также различные их линейные и нелинейные комбинации). Варьируя координаты фазового пространства, можно получить различные по форме n -мерные фазовые изображения одного и того же сигнала. Это позволяет наилучшим образом представлять полезную информацию, содержащуюся в сигнале. Таким образом, при использовании фазового пространства для анализа сигнала большое значение имеет выбор величин, применяемых в качестве координат, так как они определяют свойства геометрических параметров фазового изображения сигнала, такие как инвариантность к неинформативным и чувствительность к информативным параметрам сигнала.

С целью выделения измерительной информации во временной области анализируется дифракционная картина Фраунгофера. При взаимодействии когерентного монохроматического пучка излучения с микрообъектом прямоугольной формы возникает дифракционная картина, сканирование картой позволяет получить сигнал $U(t)$, описываемый выражением:

$$U(t) = U_0 \left[\frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0 t} \right]^2, \quad (1)$$

где U_0 — амплитуда сигнала, a — линейный размер микрообъекта, λ — длина волны излучения, t — время, f — фокусное расстояние фурье-объектива, V — скорость сканирования. Сигнал $U(t)$ имеет вид затухающего по гиперболическому закону колебания с „условной“ частотой $\omega_0 = kaV/f$ ($k = 2\pi/\lambda$ — волновое число). От величины a однозначно зависят интервалы $T = U_0 f/kaV$ между минимумами амплитуды сигнала $U(t)$.

При регистрации дифракционной картины микрообъекта и при изменении его размера в заданном диапазоне образуется ансамбль взаимоподобных сигналов, в фазовом пространстве представляемый ансамблем его фазовых изображений, границы изменения которых также определяются диапазоном изменения размеров микрообъектов. Необходимо найти число (меру в фазовом пространстве), не зависящее от значения неинформативных параметров сигнала и эквивалентное размеру микрообъекта. Это число соответствует некоторому сигналу из ансамбля (каждая реализация сигнала имеет специфическую фазовую траекторию).

В фазовом пространстве затухающий осциллирующий сигнал представляется траекториями в виде спирали, по которой изображающая точка асимптотически (при $t \rightarrow \infty$) приближается к началу системы координат [1]. Для представления осциллирующего сигнала в фазовом пространстве в качестве его координат целесообразно использовать производные, которые отображают параметры сигнала в текущий момент времени. Сигнал $U(t)$, получаемый

* Термин „фаза“ в данном случае означает момент, стадию изменения анализируемого сигнала.

при регистрации дифракционной картины, описывается уравнением второго порядка, для которого фазовое пространство представляет собой плоскость Π_j^q (j, q — порядок производных сигнала $U(t)$, используемых в качестве координат). Если в качестве фазовых координат выбрать нечетную (первую) производную $U'(t)$ и четную более высокого порядка (вторую) $U''(t)$ сигнала $U(t)$, на плоскости Π_1^2 нечетной разности порядков производных фазовое изображение сигнала на протяжении одного его условного периода будет подобно разорванному деформированному эллипсу. Это происходит из-за гиперболического изменения длины полуосей эллипса за каждый условный период сигнала $U(t)$. Фазовое изображение, соответствующее нескольким условным периодам сигнала $U(t)$, полученное численным дифференцированием выражения (1), в зависимости от направления сканирования дифракционной картины, имеет вид свертывающейся или развертывающейся гиперболической спирали с асимптотической точкой в начале системы координат (рис. 1).

На плоскости четной разности порядков производных Π_1^3 с координатами $U'(t)$ и $U'''(t)$ фазовое изображение сигнала $U(t)$ имеет вид спирали, растянутой вдоль четных четвертей фазовой плоскости (рис. 2). Подобные изображения сигнала $U(t)$ возникают при использовании в качестве фазовых координат его производных более высоких порядков, а также на плоскостях большей разности, как четной, так и нечетной.

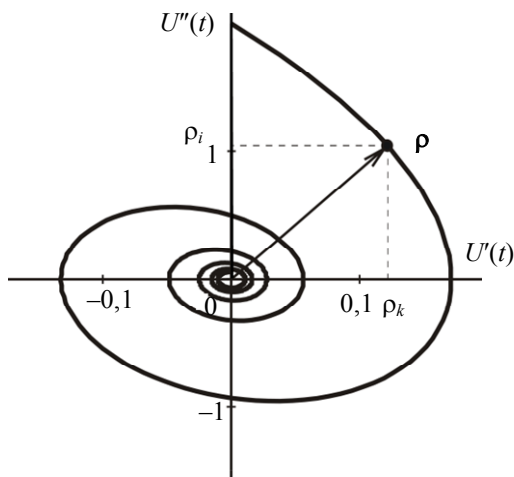


Рис. 1

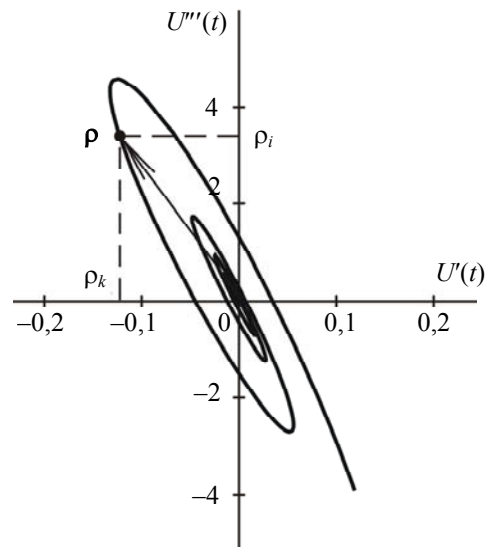


Рис. 2

В фазовом пространстве параметрами сигнала $U(t)$ являются длина вектора ρ , направленного в определенную точку фазового изображения, угол наклона вектора ρ к координатным осям и проекции на них вектора ρ . В полученных спиральных фазовых изображениях (см. рис. 1 и 2) указанные параметры зависят как от размера микрообъекта, так и от значений амплитуды и коэффициента затухания амплитуды сигнала. Анализ параметров фазовых изображений, полученных на плоскостях четной и нечетной разности, показывает, что между размером объекта дифракции и каким-либо параметром отсутствует однозначная зависимость.

Построить оптимальное фазовое изображение можно с помощью метода, основанного на изменении структуры сигнала путем его оптимального функционального преобразования без потери измерительной информации о размере микрообъекта. Поскольку эта информация содержится в интервале между минимумами амплитуды сигнала $U(t)$, то такие параметры сигнала $U(t)$, как гиперболическое затухание амплитуды и имеющаяся постоянная составляющая, измерительной информации не содержат и являются избыточными.

Избыточность сигнала $U(t)$ исключается в два этапа: на первом — затухание амплитуды сигнала $U(t)$ с помощью оптимальной амплитудной фильтрации, при этом происходит преобразование сигнала (1) в периодический $U_g(t) = U_0 \sin^2 \omega_0 t$ с частотой $\omega_0 = kaV/f$. На втором этапе исключается постоянная составляющая путем дифференцирования сигнала $U_g(t)$. Первая производная сигнала описывается гармонической функцией удвоенного аргумента вида

$$U'_g(t) = kaU_0 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) = kaU_0 \sin(2\omega_0 t).$$

Вторая и третья производные сигнала $U_g(t)$ являются гармоническими функциями той же частоты и соответственно описываются выражениями

$$U''_g(t) = 2(ka)^2 U_0 \cos(2\omega_0 t),$$

$$U'''_g(t) = -4(ka)^3 U_0 \sin(2\omega_0 t).$$

В системе координат $U'_g(t)$ и $U''_g(t)$ фазовое изображение сигнала $U_g(t) = U_0 \sin^2 \omega_0 t$ на плоскости нечетной разности Π_1^2 описывается уравнением

$$\left[2kaU'_g(t) \right]^2 + \left[U''_g(t) \right]^2 = \left[2U_0k^2a^2 \right]$$

и имеет вид замкнутой эллиптической траектории, по которой изображающая точка перемещается в течение каждого периода сигнала $U_g(t)$ (рис. 3). Для ансамбля измерительных сигналов $U_g(t)$ с одинаковой амплитудой, ограниченных диапазоном изменения размеров микрообъектов, фазовая плоскость заполнена вложенными друг в друга эллиптическими траекториями с центром в точке $(0, 0)$ (см. рис. 3). Через каждую точку фазовой плоскости проходит только одна эллиптическая траектория, соответствующая сигналу $U_g(t)$ с определенными параметрами. От размера объекта дифракции зависят такие параметры эллиптического фазового изображения, как $l = U_0(\omega_0)^{q-j}$ — длина отрезка полуоси, отсекаемого эллипсом, и проекции вектора \mathbf{p} на координатные оси, которые зависят и от величины U_0 . Поэтому необходимо исключить влияние U_0 сигнала на измеряемый параметр фазового изображения.

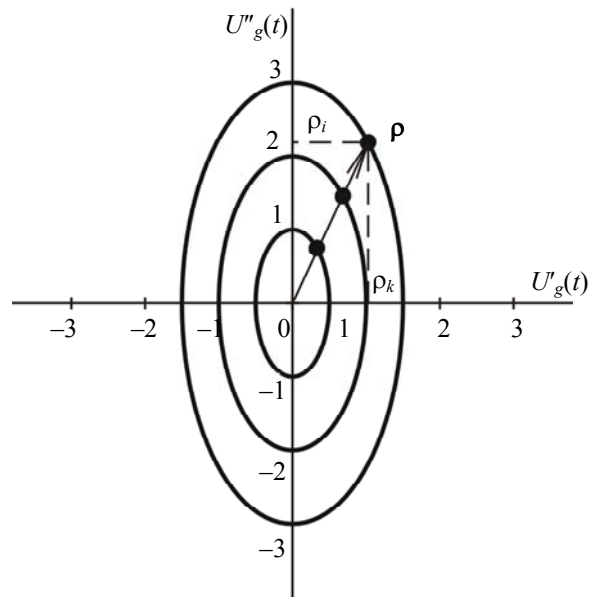


Рис. 3

Выбрав в качестве системы координат первую $U'_g(t)$ и третью $U'''_g(t)$ производные сигнала $U_g(t)$ на фазовой плоскости Π_1^3 четной разности, получим фазовое изображение сигнала $U_g(t)$ в виде отрезка прямой, проходящей через начало системы координат и наклоненной под углом ψ к оси $U'_g(t)$ (рис. 4). Начальное положение изображающей точки на прямолинейной траектории зависит от начальной фазы сигнала $U_g(t)$, длина отрезка этой прямой — от величины периода и амплитуды сигнала, а угол ψ наклона прямой к оси $U'_g(t)$ зависит

только от размера микрообъекта. Для любой точки сигнала $U_g(t)$ отношение амплитуд производных $U_g'''(t)/U_g'(t) = \text{const}$, кроме экстремальных, в которых его нечетные производные обращаются в нуль.

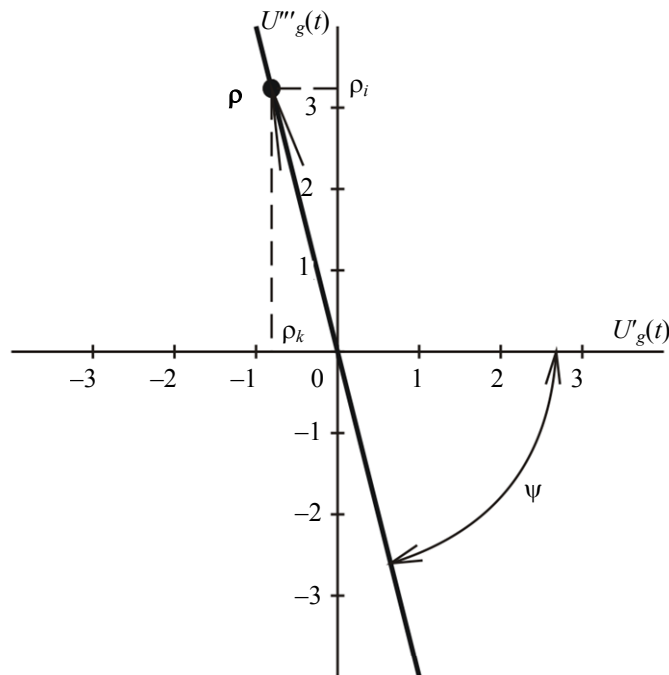


Рис. 4

Фазовые изображения ансамбля сигналов $U_g(t)$ как в выбранной системе координат, так и при использовании в качестве фазовых координат производных сигнала $U_g(t)$ более высоких порядков, а также на фазовых плоскостях большей разности подобны и представляют собой ансамблевое фазовое изображение в виде отрезков прямой, каждая из которых проходит через начало системы координат и наклонена к оси $U_g'(t)$ под соответствующим углом ψ , зависящим только от размера микрообъекта. Полученные фазовые изображения сигнала $U_g(t)$ описываются дифференциальным уравнением:

$$(ka)^2 U_g'(t) + U_g'''(t) = 0,$$

решив которое относительно a , получим:

$$a = \sqrt{\frac{\lambda^2 U_g'''(t)}{4\pi^2 U_g'(t)}}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при произвольном выборе значения переменной t можно однозначно судить о контролируемом размере микрообъекта [2]. Таким образом, приходим к инвариантности от влияния амплитуды и фазы сигнала $U_g(t)$ на результат измерения размера микрообъекта. Отношение $U_g'''(t)/U_g'(t) = \text{const}$ позволяет использовать выражение (2) как основу для построения алгоритма выделения измерительной информации [2].

Таким образом, применение геометрического представления сигнала, основанного на понятии о фазовом пространстве, в сочетании с оптимальной амплитудной фильтрацией сигнала $U(t)$, исключающей избыточность, позволяет выделять содержащуюся в дифракционной картине Фраунгофера измерительную информацию о линейном размере контролируемого микрообъекта. Полученный информативный параметр, однозначно связанный с размером

объекта дифракции, может служить основой для синтеза новой дифракционной методики измерения и разработки на ее основе лазерных дифрактометров с новыми характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. 918 с.
2. А.с. 1469352 СССР, МКИЗ G 01В 11/08. Дифракционный способ измерения линейного размера изделия и устройство для его осуществления / В. И. Соколов, Г. Д. Фефилов // БИ. 1989. № 12.

Сведения об авторе

Георгий Дмитриевич Фефилов

— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра лазерной техники и биомедицинской оптики;
E-mail: fg1319@mail.ru

Рекомендована кафедрой
лазерной техники и биомедицинской
оптики

Поступила в редакцию
12.09.12 г.