ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 535.317

А. Л. СУШКОВ

ИСПРАВЛЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ И ХРОМАТИЗМА В СИНГЛЕТЕ И ДУБЛЕТЕ ВВЕДЕНИЕМ ОСЕВОГО ГРАДИЕНТА ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрены теоретические модели исправления сферической и сферохроматической аберраций в одиночной линзе и дублете при наличии в линзах осевой неоднородности показателя преломления. Показано, что в одиночной линзе хроматизм можно устранить при аномальном ходе дисперсии градиента показателя преломления. В дублете исправление хроматизма возможно как при нормальном, так и аномальном ходе дисперсии градиента.

Ключевые слова: *линза, дублет, хроматизм положения, сферохроматизм, неоднородность показателя преломления, дисперсия градиента показателя преломления.*

Анализ возможности исправления сферической аберрации третьего порядка и хроматической первого в одиночной линзе (синглете) и блоке из двух склеенных линз (дублете) будем рассматривать при задании распределения показателя преломления (ПП) зависимостью:

$$n(z) = n_0(\lambda) + n_{01}(\lambda) z + n_{02}(\lambda) z^2 , \qquad (1)$$

где $n_0(\lambda)$ — показатель преломления в исходной точке; $n_{01}(\lambda)$, $n_{02}(\lambda)$ — аберрационные коэффициенты. Оптическая ось совпадает с осью Z системы координат $OXYZ$, привязанной к входной поверхности линзы.

Сферическая аберрация. Известно [1] выражение для коэффициента сферической аберрации S_1:

$$\overline{S}_1 = \overline{S}_{1H} + \overline{S}_{1G} + \tilde{S}_1 , \qquad (2)$$

где $\overline{S}_{1H}, \overline{S}_{1G}$ — однородно-поверхностная и неоднородно-поверхностная составляющие, $\tilde{S}_1$ — вклад переноса.

Составляющие $\overline{S}_{1H}, \overline{S}_{1G}$ вычисляются при суммировании по поверхностям, согласно формулам:

$$\overline{S}_{1H} = \sum hP , \; P = \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\mu}\right)^2 \delta(\alpha\mu) \;\; \overline{S}_{1G} = \sum \frac{\delta(n_{01} + 2n_{02}t)}{r^2} h^4 , \qquad (3)$$

где $\delta\alpha = \alpha_{k+1} - \alpha_k , \delta\mu = \mu_{k+1} - \mu_k$, t — глубина зоны неоднородного ПП, составляющей не менее величины стрелки прогиба поверхности, в область которой вводится градиент ПП; $\mu=1/n$, α — угол с оптической осью первого вспомогательного луча; h, r— высота луча и радиус кривизны оптической поверхности. Условия нормировки осевого луча: $\alpha_1=0$, $h_1=f'$, $\alpha'_p=1$.

Для упрощения анализа будем считать распределение показателя преломления линейной функцией от z (n_{02}=0).

Очевидно, чтобы исправить сферическую аберрацию, не принимая во внимание составляющую вклада переноса, должно выполняться условие:

$$\sum hP = -\sum \frac{\delta n_{01}}{r^2} h^4 .$$

Сферическую аберрацию в одиночной линзе или дублете можно исправить за счет введения неоднородности ПП в одной или обеих линзах.

При последовательном расположении в блоке *однородной и градиентной* сред (H-G), разделенных поверхностью с радиусом кривизны r, имеем:

$$\bar{S}_{1H} = -\frac{n_{01}}{r^2} h^4 ,$$

откуда

$$n_{01} = -\bar{S}_{1H} \frac{r^2}{h^4} . \quad (4)$$

При переходе луча из *градиентной среды в однородную* (H-G) имеем:

$$\bar{S}_{1H} = \frac{n_{01}}{r^2} h^4 \text{ и } n_{01} = \bar{S}_{1H} \frac{r^2}{h^4} . \quad (5)$$

Таким образом, по величине коэффициента S_1 исходной однородной системы, рассчитанной с помощью программ анализа аберраций третьего порядка, например OPAL-PC, используя формулу (4) или (5), получим исходное значение коэффициента n_{01} линейного распределения ПП, которое в дальнейшем уточняется путем экстраполяции по результатам расчета через градиентную оптическую систему реальных лучей. Следует обратить внимание на то, что коэффициенты n_{01} в формулах (4) и (5) определяют необходимую величину показателя преломления n лишь на границе однородной и неоднородной сред. Данный подход исправления сферической аберрации можно распространить и на более сложные конструкции оптических систем.

Хроматизм положения одиночной линзы. Известно [2] выражение для хроматической аберрации положения *однородной* оптической системы, включающей p поверхностей:

$$ds'_p = \frac{1}{n'_p \alpha'^2_p} \sum_{k=1}^{p} h_k \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\left(\frac{1}{n}\right)} \right)_k \delta\left(\frac{dn}{n}\right)_k , \quad (6)$$

где k — текущий номер поверхности.

При

$$\bar{C}_k = \left(\frac{\delta\alpha}{\delta\left(\frac{1}{n}\right)} \right)_k \delta\left(\frac{dn}{n}\right)_k \quad (7)$$

коэффициент хроматической аберрации положения $S_{1\text{хр}}$ обычно записывают как

$$S_{1\text{хр}} = \sum_{k=1}^{p} h_k \bar{C}_k . \quad (8)$$

Тогда (6) будет иметь вид:

$$ds'_p = \frac{1}{n'_p \alpha'^2_p} S_{1\text{хр}}. \tag{9}$$

Для линзы конечной толщины в воздухе можно записать

$$ds'_p = \frac{1}{\alpha^2{}_3}\left(h_1 C_1 + h_2 C_2\right). \tag{10}$$

Согласно принятому обозначению $\mu = \frac{1}{n}$, с учетом известной зависимости $\frac{dn}{n} = \frac{1-\mu}{\nu_{00}}$ будем иметь:

$$\begin{aligned} C_1 &= \left(\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\mu_2-\mu_1}\right)\left(\frac{dn_2}{n_2}-\frac{dn_1}{n_1}\right) = -\left(\alpha_2-\alpha_1\right)\frac{dn_1}{n_1-1} = -\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\nu_1}, \\ C_2 &= \left(\frac{\alpha_3-\alpha_2}{\mu_3-\mu_2}\right)\left(\frac{dn_3}{n_3}-\frac{dn_2}{n_2}\right) = -\left(\alpha_3-\alpha_2\right)\frac{dn_2}{n_2-1} = -\frac{\alpha_3-\alpha_2}{\nu_2}, \end{aligned} \tag{11}$$

где $dn_1 = \left(n_{\lambda 1} - n_{\lambda 2}\right)_1$ — средняя дисперсия на поверхности линзы 1; $dn_2 = \left(n_{\lambda 1} - n_{\lambda 2}\right)_2$ — средняя дисперсия на поверхности линзы 2, ν_1, ν_2 — коэффициенты дисперсии на поверхностях линзы.

С учетом известных соотношений $h_1 = \alpha_1 S_1$ и $h_2 = h_1 - \alpha_2 d = \alpha_1 s_1 - \alpha_2 d$ получим

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha^2{}_3}\left(h_1\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\nu_1} + h_2\frac{\alpha_3-\alpha_2}{\nu_2}\right) = -\frac{1}{\alpha^2{}_3}\left(h_1\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\nu_1} + (h_1-\alpha_2 d)\frac{\alpha_3-\alpha_2}{\nu_2}\right). \tag{12}$$

После преобразований будем иметь

$$\Delta s'_p = -\frac{1}{\alpha_3^2}\left\{h_1\left[\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\nu_1}+\frac{\alpha_3-\alpha_2}{\nu_2}\right] - \frac{\alpha_2}{\nu_2} d\left(\alpha_3-\alpha_2\right)\right\}. \tag{13}$$

Если ввести обозначения

$$\Phi_{1\text{пов}} = \frac{\alpha_2-\alpha_1}{h_1} \quad \Phi_{2\text{пов}} = \frac{\alpha_3-\alpha_2}{h_2},$$

то получим

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha^2{}_3}\left(h_1\left[\frac{1}{\nu_1}\Phi_{1\text{пов}} h_1 + h_2\frac{1}{\nu_2}\Phi_{2\text{пов}}\right] - \frac{\alpha_2}{\nu_2} d\Phi_{2\text{пов}} h_2\right). \tag{14}$$

В случае тонкой линзы $d \approx 0$ можно считать, что $h_1 = h_2$, и в окончательном виде хроматическая аберрация положения однородной тонкой линзы будет такова:

$$ds'_p = -\frac{1}{\alpha^2{}_3} h_1{}^2\left(\frac{\Phi_{1\text{пов}}}{\nu_1} + \frac{\Phi_{2\text{пов}}}{\nu_2}\right). \tag{15}$$

Оптическая сила линзы Ф равна сумме оптических сил поверхностей $\Phi_{1\text{пов}}$ и $\Phi_{2\text{пов}}$, где

$$\Phi_{1\text{пов}} = \frac{n_0-1}{r_1}, \quad \Phi_{2\text{пов}} = \frac{1-n_z}{r_2}. \tag{16}$$

Если ввести понятие „поверхностный коэффициент дисперсии $\nu_{\text{пов}}$“, то из (15) и (16) получаем условие исправления хроматической аберрации положения в одиночной линзе с осевым градиентом:

$$\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1\text{пов}} r_1} - \frac{n_z-1}{\nu_{2\text{пов}} r_2}\right) = 0. \tag{17}$$

Из (17) получаем соотношение для радиусов кривизны поверхностей, чисел Аббе и показателей преломления в полярных точках поверхностей при исправленном хроматизме положения:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\nu_{2пов}\left(n_0 - 1\right)}{\nu_{1пов}\left(n_z - 1\right)}. \tag{18}$$

Анализ (18) показывает, что при известных параметрах градиентных сред исправление хроматизма положения возможно в довольно узком диапазоне радиусов кривизны поверхностей одного знака.

Для исправления хроматизма положения при известных параметрах исходной однородной линзы (15) получаем желаемую величину коэффициента дисперсии на поверхности 2 $\nu_{2пов}$ в полярной точке второй поверхности:

$$\nu_{2пов} = -\frac{\nu_{1пов}\Phi_{2пов}}{\Phi_{1пов}}. \tag{19}$$

При линейной зависимости распределения ПП можно получить выражение для коэффициента $\nu_{2пов}$:

$$\nu_{2пов} = \frac{\left(n_0 - 1 + \Delta n\right)\nu_1\nu_{01}}{\left(n_0 - 1\right)\nu_{01} + \Delta n\nu_1}, \tag{20}$$

где Δn — перепад показателя преломления, ν_{01} — коэффициент дисперсии градиентной среды:

$$\nu_{01} = \frac{n_{01\lambda 0}}{n_{01\lambda 1} - n_{01\lambda 2}}. \tag{21}$$

Приравняв (19) и (20), с учетом (16) и (21) получим выражение для числа Аббе среды ν_{01}:

$$\nu_{01} = -\frac{\left(1 - n_z\right)\rho_2\Delta n\nu_1}{(n_0 - 1)\left[\left(n_0 - 1\right)\rho_1 + \left(1 - n_z\right)\rho_2\right] + \left(n_0 - 1\right)\rho_1\Delta n}, \tag{22}$$

где ρ_1, ρ_2 — кривизна поверхностей линзы; n_0, n_z – величины ПП в полярных точках первой и второй поверхностей.

Расчет по формуле (22) дал значение ν_{01}= – 4,17. Полученные формулы являются приближенными, их точность повышается с уменьшением толщины линзы.

Пример. Было выполнено моделирование в среде OPAL положительного мениска для определения возможности исправления сферической аберрации и хроматизма положения при градиенте ПП в области *второй поверхности*.

Рассчитанная система имеет параметры: r_1= – 355,0; d=8; Ф6; n_e=1,607; $n_{F'}$ = 1,6154; $n_{C'}$=1,599 29; r_2 = – 49,998; $D_{зр}$ =20 мм; Δz =6,25 мм; n_{01e} = 0,033мм$^{-1}$; $n_{01F'}$ = 0,030 мм$^{-1}$; $n_{01C'}$=0,035 26 мм$^{-1}$; n_z =1,664 75; Δn=0,057 75; $\nu_{01} = -6,27$; ν_1=37,67; $\nu_{1пов}$=37,67; $\nu_{2пов}$ =96,3.

Здесь Δz — смещение плоскости начала неоднородного ПП от начала предыдущей поверхности. Величина коэффициента n_{01e} рассчитана по формуле (5).

Зона градиентного показателя преломления в области поверхности 2 начинается на расстоянии Δz = 6,25 мм от входной поверхности. Уточнение коэффициента ν_{01}, полученного по (22), привело к ν_{01} = – 6,27. Таким образом, получена отрицательная величина коэффициента дисперсии градиентной среды, из чего, согласно (21), следует $n_{01\lambda 1} < n_{01\lambda 2}$.

Анализ показал, что хроматизм положения в положительном мениске может быть исправлен GRIN-средой с отрицательным градиентным числом Аббе. Такой коэффициент получается при аномальном ходе дисперсии градиента ПП.

Результаты моделирования мениска в среде OPAL на исправление хроматизма положения и сферохроматизма приведены на рис. 1: *а* — ход лучей осевого пучка; *б*, *в* — графики продольной и поперечной сферических аберраций при исправленном хроматизме положения (*б*, ν_{01}= – 6,27) и сферохроматизме (*в*, ν_{01}= –5,50). Видно, что при ν_{01}= –6,27 в мениске исправлена хроматическая аберрация положения, при ν_{01}= –5,50 исправлена хроматическая разность сферических аберраций на середине входного зрачка.

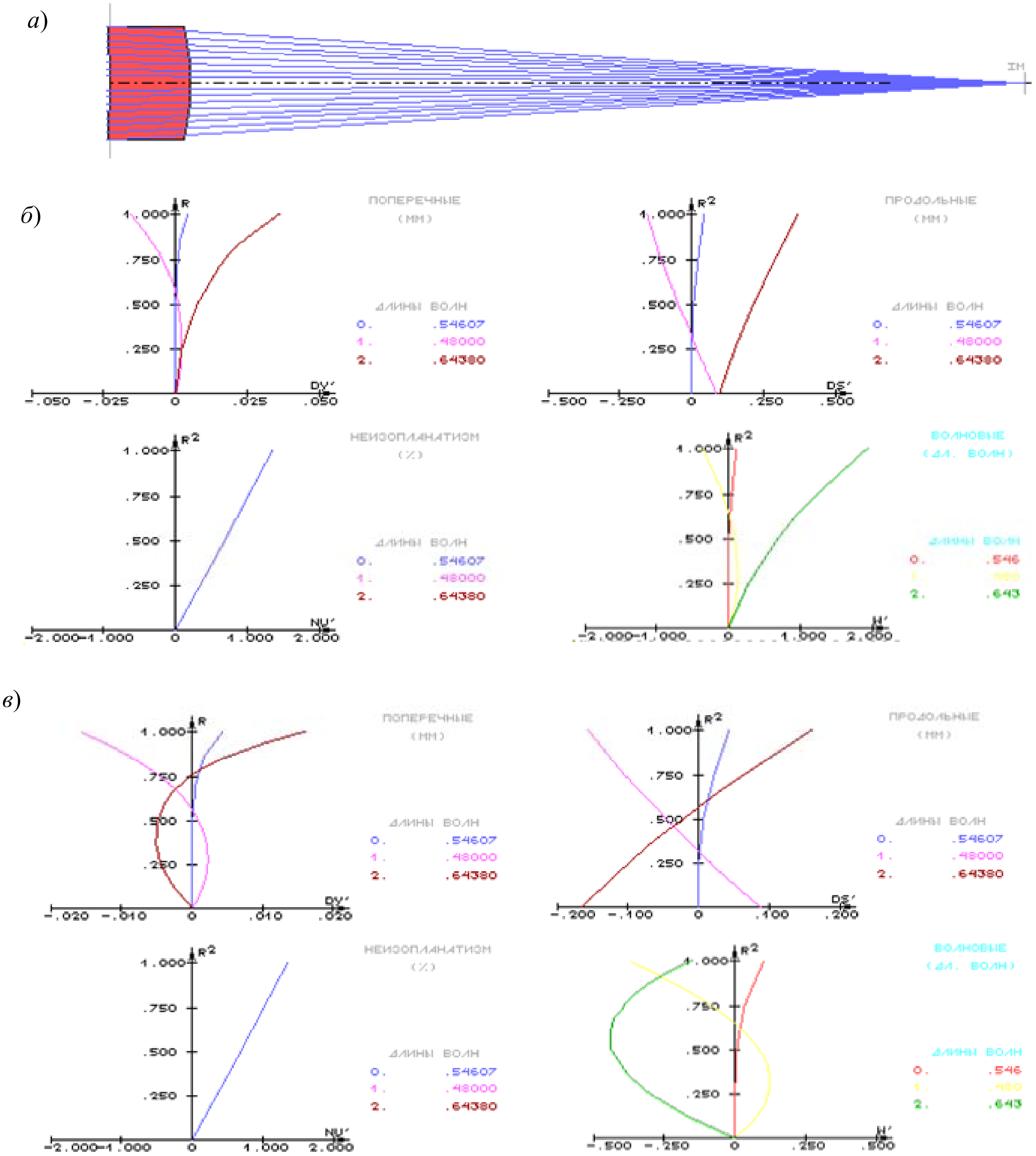

Рис. 1

Хроматизм положения дублета. Дублет обычно рассматривают как блок из двух линз, находящихся в соприкосновении [2]. При наличии градиента показателя преломления в первой линзе блока при положении предмета на конечном расстоянии $-a_1$ от передней главной плоскости первой линзы хроматическую аберрацию положения можно записать в виде:

$$ds'_k = -a'_2\left(\frac{\Phi_{1\text{пов}}}{\nu_{1\text{пов}}} + \frac{\Phi_{2\text{пов}}}{\nu_{2\text{пов}}} + \frac{\Phi_2}{\nu_3}\right), \qquad (23)$$

где $\Phi_{1\text{пов}}$, $\Phi_{2\text{пов}}$ — оптическая сила первой и второй поверхностей первой линзы, Φ_2 — оптическая сила второй линзы.

Для первой линзы имеем:

$$\Phi_{1\text{пов}} + \Phi_{2\text{пов}} = \Phi_1,$$

где

$$\Phi_{1пов}=\frac{n_0-1}{r_1},\quad \Phi_{2пов}=\frac{1-n_z}{r_2}. \tag{24}$$

Подстановка (24) в (23) дает в окончательном виде

$$ds'_k=-a'_2\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}+\frac{1-n_z}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right), \tag{25}$$

при положении предмета на бесконечности $a'_2=f'$:

$$ds'_k=-f'\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}-\frac{n_z-1}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right). \tag{26}$$

Из (26) получаем условие исправления хроматизма положения при наличии градиента в первой линзе блока:

$$\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}-\frac{n_z-1}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right)=0. \tag{27}$$

При наличии градиента показателя преломления во второй линзе блока и нахождении предмета на конечном расстоянии $-a_1$ от передней главной плоскости первой линзы:

$$ds'_k=-a'_2\left(\frac{\Phi_1}{\nu_1}+\frac{\Phi_{2пов}}{\nu_{2пов}}+\frac{\Phi_{3пов}}{\nu_{3пов}}\right). \tag{28}$$

Для второй линзы имеем:

$$\Phi_{2пов}+\Phi_{3пов}=\Phi_2,$$

где

$$\Phi_{2пов}=\frac{n_0-1}{r_2},\quad \Phi_{3пов}=\frac{1-n_z}{r_3}. \tag{29}$$

Подстановка (24) в (23) дает в окончательном виде

$$ds'_k=-a'_2\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}+\frac{1-n_z}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right). \tag{30}$$

При положении предмета на бесконечности имеем $a'_2=f'$:

$$ds'_k=-f'\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}-\frac{n_z-1}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right). \tag{31}$$

Из (26) получаем условие исправления хроматизма положения

$$\left(\frac{n_0-1}{\nu_{1пов}r_1}-\frac{n_z-1}{\nu_{2пов}r_2}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}\right)=0. \tag{32}$$

В случае однородных линз получаем известную формулу:

$$(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\frac{1}{\nu_1}+\frac{\Phi_2}{\nu_3}=0.$$

Анализ (27) показывает, что в дублете из однородной и градиентной линз возможность исправления хроматизма существенно выше, чем в одиночной градиентной линзе за счет наличия в каталогах большого разнообразия стекол с различными n и ν.

Конструктивные данные исходной однородной системы с f'= 98,049 мм, S'_F= 94,728 мм, $D_{зр}$= 35,72 мм, f/2,8 следующие: r_1= 100,0, r_2= –100; d_1=7, GLA PSK52, $n_{\lambda0}$ =1,603101, $n_{\lambda1}$ =1,609503, $n_{\lambda2}$ =1,600282, ν_{00} =65,408; r_2= –100,0, r_3 = –128,5849; d_2=3, GLA G32SFN, $n_{\lambda0}$ = = $n_{\lambda1}$ = $n_{\lambda2}$ =1,766606 [3]. На рис. 2 представлены ход лучей (*а*) и сферохроматические аберрации (*б*).

Спектральный диапазон: λ_0=0,58756, λ_1=0,48613, λ_2=0,65627 мкм.

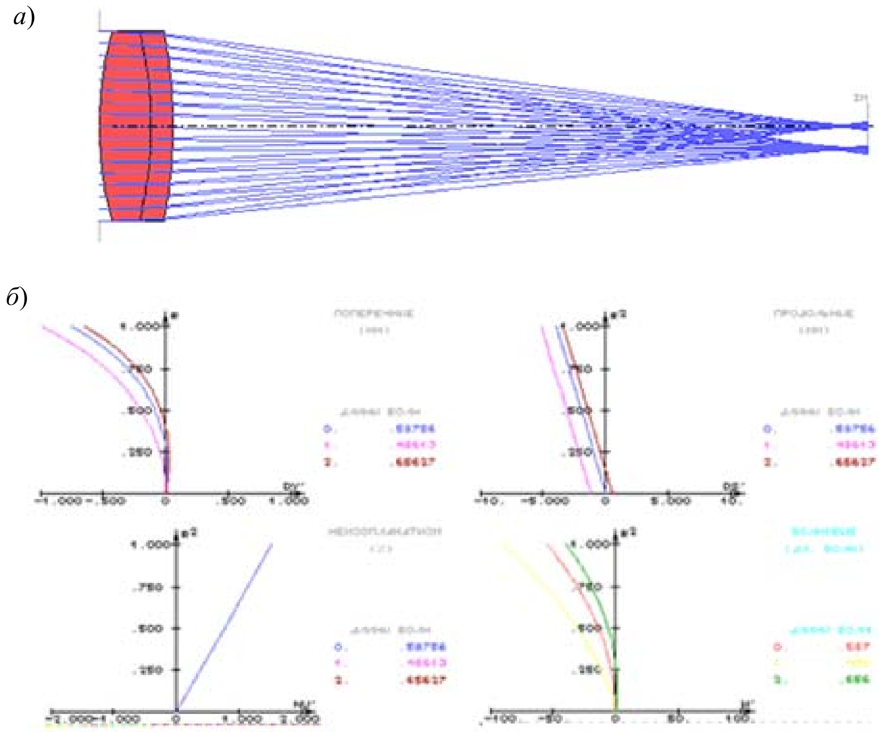

Рис. 2

Расчет величин поверхностных коэффициентов S_1 при нормировке $h_1=f'$ позволил получить результаты: h_1=98,049 мм; $S_{1.1}$=21,689; $S_{1.2}$= –38,956; $S_{1.3}$= 245,871; $S_1=S_{1.1}+S_{1.2}+S_{1.3}$ = =228,606.

Сферическая аберрация третьего порядка на краю зрачка имеет значение: $\Delta s'_{\text{край}}$= –3,792 мм.

Реальная продольная сферохроматическая аберрация достигает –5 мм, волновая аберрация $W(\lambda) \approx -50\lambda$. Пучок осевых лучей имеет явно выраженную каустику.

Градиент показателя преломления поочередно вводился в области всех поверхностей. Здесь $R=m_{\text{кр}}/m$ — относительная высота луча на входном зрачке.

Вариант 1. Градиент ПП в регионе 1 поверхности первой линзы.

Параметры градиента ПП: $n_{01\lambda0}$= – 0,0248 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda1}$= –0,034 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda2}$= – 0,020 мм$^{-1}$, $\nu_{01} = 1,77$.

Исправлен сферохроматизм на высоте $0,75R^2$, f' =98,053 мм, $s_{F'}$=94,723 мм.

Вариант 2. Градиент в регионе 2 поверхности первой линзы.

Параметры градиента ПП: $n_{01\lambda0}$= 0,029 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda1}$= 0,016 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda2}$= 0,0358 мм$^{-1}$, $\nu_{01} = -1,46$.

Исправлен сферохроматизм на высоте $0,5R^2$, f' =93,927 мм, $s_{F'}$=90,681 мм.

Вариант 3. Градиент в регионе первой поверхности второй линзы.

Параметры градиента ПП: $n_{01\lambda0}$= –0,026 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda1}$= –0,034 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda2}$= –0,018 мм$^{-1}$, $\nu_{01} = 1,62$.

Исправлен сферохроматизм на высоте $0,75R^2$, f'=98,052 мм, $s_{F'}$=94,725 мм.

Вариант 4. Градиент в регионе 2 поверхности второй линзы.

Параметры градиента ПП: $n_{01\lambda0}$= 0,050 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda1}$= 0,032 мм$^{-1}$, $n_{01\lambda2}$= 0,056 мм$^{-1}$, $\nu_{01} = -2,08$.

Исправлен сферохроматизм на высоте $0,25R^2$, f'=98,053, $s_{F'}$=94,723.

Графики аберраций и ход осевого пучка варианта 2 приведены на рис. 3. Видно, что введение в область поверхности 2 первой линзы линейного градиента показателя преломления позволило исправить сферическую аберрацию на краю и сферохроматизм на середине входного зрачка при относительном отверстии *f*/3. Каустическая поверхность в осевом пучке отсутствует.

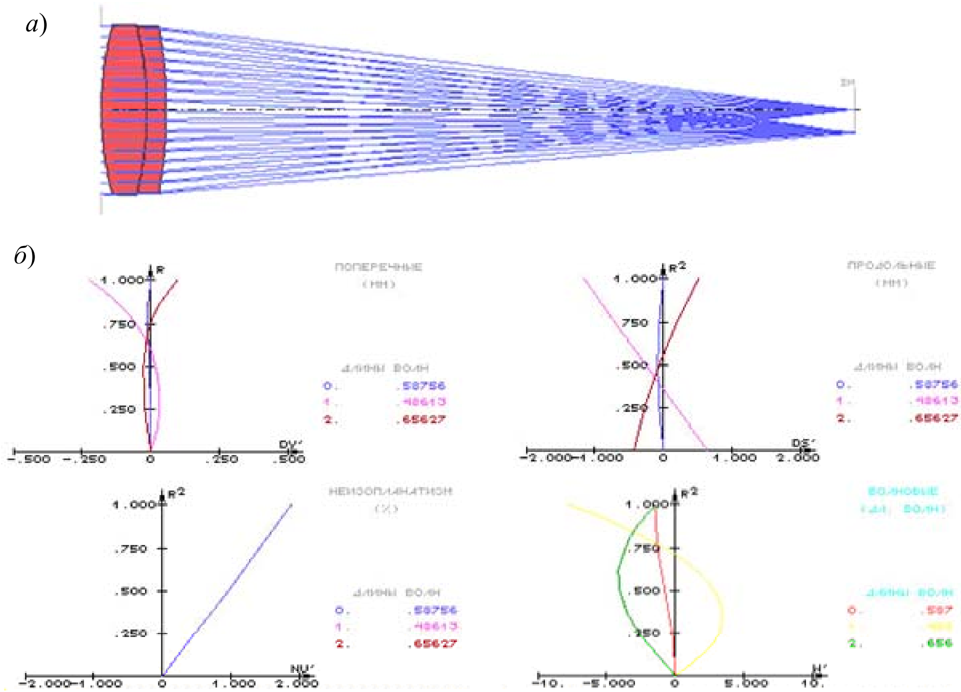

Рис. 3

Заключение. Рассмотрены пути повышения качества изображения за счет использования осевого неоднородного ПП в простейших линзовых конструкциях: одиночной линзе и дублете. Показано, что в одиночной линзе возможно исправить сферическую аберрацию и хроматизм при аномальном ходе дисперсии градиента ПП (отрицательной величине градиентного числа Аббе). В схеме дублета исправление сферической аберрации и сферохроматизма оказалось возможным за счет введения градиента показателя в регионы первой и второй поверхностей обеих линз. При этом градиентные числа Аббе ν_{01} положительные на первых поверхностях и отрицательные на вторых поверхностях обеих линз блока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сушков А. Л.* Монохроматические аберрации граданов как базовых элементов жестких эндоскопов. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. 44 с.

2. *Апенко М. И., Дубовик А. С.* Прикладная оптика. М.: Наука, 1971. 392 с.

3. Инструкция по эксплуатации программы “Optics Software for Layout and Optimization (OSLO)”. Корпорация Lambda Research Corporation, 2005.

Сведения об авторе

Александр Леонидович Сушков — канд. техн. наук, доцент; МГТУ им. Н. Э. Баумана; кафедра оптико-электронных приборов научных исследований;
E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов
научных исследований

Поступила в редакцию
28.10.10 г.