

Е. Н. ЗВЕРЕВА, Е. Г. ЛЕБЕДЬКО, ФИ ХУАН ТУНГ

ПОТЕРИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ПОЛЯ В ОПТИЧЕСКОМ ТРАКТЕ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОГО ПРИБОРА

Исследуются потери приведенной энтропии пространственного распределения потока излучения в оптическом тракте оптико-электронного прибора с матричными фотоприемниками.

Ключевые слова: потери информации, преобразование оптического информационного поля.

Преобразование информационного поля оптической системой приводит к потере информации. Действительно, если рассматривать яркостное поле в пространстве предметов как непрерывное случайное состояние, то приведенная энтропия является относительной к координатной системе. При изменении координат приведенная энтропия в общем случае также изменяется. При переходе от координат x_1, x_2, \dots, x_n к координатам y_1, y_2, \dots, y_n новое значение приведенной энтропии будет определяться выражением [см. лит.]

$$\begin{aligned} H^*(Y) = & - \int_{-\infty}^{\infty} \dots (n) \dots \int_{-\infty}^{\infty} W(x_1, x_2, \dots, x_n) \left| J \left(\frac{x}{y} \right) \right| \times \\ & \times \log W(x_1, x_2, \dots, x_n) \left| J \left(\frac{x}{y} \right) \right| dy_1 dy_2 \dots dy_n = H^*(X) - \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} \dots (n) \dots \int_{-\infty}^{\infty} W(x_1, x_2, \dots, x_n) \log \left| J \left(\frac{x}{y} \right) \right| dx_1 dx_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\left| J \left(\frac{x}{y} \right) \right|$ — якобиан преобразования координат по абсолютной величине, так как плот-

ность вероятностей $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — величина положительная; $H^*(X)$ — исходная приведенная энтропия состояний до изменения координат.

Если пространственные частоты ν_1, ν_2 , составляющие поле яркости в пространстве предметов, рассматривать как первичные координаты, то пространственные частотные составляющие потока излучения на выходе анализатора изображения, при условии, что преобразование в оптическом тракте линейное, будут представлять собой первичные, умноженные на некоторые коэффициенты.

В этом случае матрица преобразования координат относительно новых координат является диагональной и якобиан преобразования равен

$$J = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m |K_{o.т}(jv_i, jv_j)|^2, \quad (2)$$

где $K_{o.т}(jv_1, jv_2) = K_o(jv_1, jv_2)K_a(jv_1, jv_2)$ — передаточная функция оптического тракта оптико-электронного прибора (ОЭП); $K_o(jv_1, jv_2)$ и $K_a(jv_1, jv_2)$ — соответственно передаточные функции приемного объектива и анализатора изображения, так как матричный фотоприемник представляет собой фотодетектор, совмещенный с анализатором изображения.

Подставив якобиан (2) в выражение (1) и осуществив предельный переход, получим выражение для энтропии пространственного распределения потока излучения на выходе анализатора изображения:

$$H_{\Phi}^*(X_0 \text{ и } Y_0) = H_L^*(X_0 \text{ и } Y_0) + H_{\Pi}^* = H_L^*(X_0 \text{ и } Y_0) + \frac{1}{\Delta_1 \Delta_2} \int_{\Delta_1} \int_{\Delta_2} \log |K_o(jv_1, jv_2) K_a(jv_1, jv_2)|^2 dv_1 dv_2,$$

где $H_L^*(X_0 \text{ и } Y_0)$ — приведенная энтропия яркостного поля в пространстве предметов; Δ_1 и Δ_2 — полосы пропускания пространственных частот оптического тракта ОЭП соответственно по координатам x и y ; H_{Π}^* — потери приведенной энтропии в оптическом тракте ОЭП:

$$H_{\Pi}^* = \frac{1}{\Delta_1 \Delta_2} \int_{\Delta_1} \int_{\Delta_2} \log |K_o(jv_1, jv_2) K_a(jv_1, jv_2)|^2 dv_1 dv_2.$$

Будем рассматривать обладающие апланатизмом приемные объективы со сферическими aberrациями. Для удобства расчетов весовую функцию таких объективов будем аппроксимировать гауссоидой вращения

$$g_o(x, y) = g_0 \exp\left(-\pi \frac{x^2 + y^2}{\rho_0^2}\right),$$

где $g_0 = \frac{\pi \tau(\lambda) D^2}{f^2 \rho_0^2}$, здесь D — диаметр входного зрачка объектива, f — фокусное расстояние объектива, $\tau(\lambda)$ — спектральное пропускание оптической системы, ρ_0 — радиус кружка рассеяния.

В этом случае для оптико-электронного прибора с матричным фотоприемником передаточная функция оптического тракта будет равна

$$K_{o.т}(jv_1, jv_2) = PSa\left(\frac{aMv_1}{2}\right) Sa\left(\frac{bNv_2}{2}\right) \exp\left[-\frac{\rho_0^2}{4\pi}(v_1^2 + v_2^2)\right] \exp\left\{-j\left[\frac{a(M-1)v_1 + b(N-1)v_2}{2}\right]\right\}, \quad (3)$$

где $P = \frac{\pi\tau(\lambda)abMND^2}{f^2}$; a и b , M и N — размеры элемента матрицы и количество элементов по осям x и y соответственно; $Sa(z) = \frac{\sin z}{z}$.

Для простоты анализа будем исходить из предположения, что размеры элементов матрицы по обеим осям равны ($a = b$) и одинаково их количество ($M = N$). В этом случае $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$, а потери приведенной энтропии в оптическом тракте будут определяться соотношением

$$H_{\Pi}^* = \frac{2}{\Delta^2} \int_{\Delta} \int_{\Delta} \left\{ \log \left| P_1 Sa^2 \left(\frac{aMv_1}{2} \right) \right| - \frac{\rho_0^2}{4\pi} (v_1^2 + v_2^2) \right\} dv_1 dv_2 =$$

$$= \frac{2}{\ln 2} \left[\ln P_1 - \frac{\Delta^2}{6\pi\Delta_0^2} - \frac{2}{aM\Delta} Cl_2(aM\Delta) - 2(\ln aM\Delta - 1) \right], \quad (4)$$

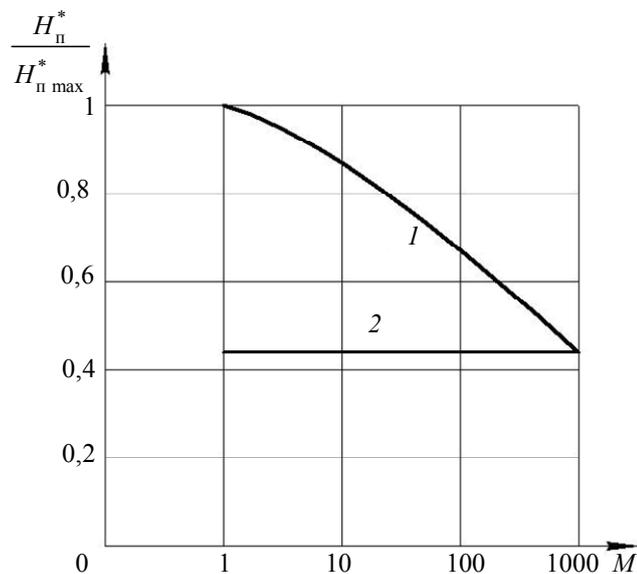
где $Cl_2(u) = -\int_0^u \ln \left| 2 \sin \frac{t}{2} \right| dt$ — интеграл Клаузена, $P_1 = \frac{\pi\tau(\lambda)a^2M^2D^2}{f^2}$, Δ_0 — полоса пропускания пространственных частот объектива.

Полосу пропускания пространственных частот оптического тракта Δ можно представить соотношением

$$\Delta = \int_0^{\infty} Sa \left(\frac{aMv}{2} \right) \exp \left(-\frac{\rho_0^2 v^2}{4\pi} \right) dv = \frac{\pi}{aM} \operatorname{erf} \left(\frac{aM\sqrt{\pi}}{2\rho_0} \right), \quad (5)$$

где $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt$ — функция Крампа.

Результаты расчетов по формуле (4) с учетом выражения (5) представлены на рисунке в виде нормированных по максимальной величине кривых, качественно характеризующих изменение потерь приведенной энтропии при изменении количества элементов матрицы для заданных размеров этих элементов (кривая 1) и при условии сохранения размеров матрицы (кривая 2).



Рассмотрим влияние интервала ε между чувствительными элементами матрицы на потери приведенной энтропии. При $\varepsilon \ll a$ и $\varepsilon \ll b$ передаточная функция оптического тракта ОЭП и потери приведенной энтропии в оптическом тракте будут определяться соответственно выражениями

$$K_{\text{о.т}}(jv_1, jv_2) = P_m \text{Sa}\left(\frac{Mav_1}{2}\right) \text{Sa}\left(\frac{Nbv_2}{2}\right) \exp\left[-\frac{\rho_0^2}{4\pi}(v_1^2 + v_2^2)\right] \times \\ \times \frac{\cos\left(\frac{Mv_1\varepsilon}{2}\right) \cos\left(\frac{Nv_2\varepsilon}{2}\right)}{\cos\left(\frac{v_1\varepsilon}{2}\right) \cos\left(\frac{v_2\varepsilon}{2}\right)} \exp\left\{-j\left[\frac{(M-1)(a+\varepsilon)v_1}{2} + \frac{(N-1)(b+\varepsilon)v_2}{2}\right]\right\}, \\ H_{\text{п}}^* = \frac{2}{\Delta_1\Delta_2} \int_{\Delta_1} \int_{\Delta_2} \left\{ \log \left[P_m \text{Sa}\left(\frac{Mav_1}{2}\right) \text{Sa}\left(\frac{Nbv_2}{2}\right) \frac{\cos\left(\frac{Mv_1\varepsilon}{2}\right) \cos\left(\frac{Nv_2\varepsilon}{2}\right)}{\cos\left(\frac{v_1\varepsilon}{2}\right) \cos\left(\frac{v_2\varepsilon}{2}\right)} \right] - \frac{\rho_0^2}{4\pi}(v_1^2 + v_2^2) \right\} dv_1 dv_2. \quad (6)$$

Результаты численного интегрирования по формуле (6) показали, что множитель отношений косинусов при условии, что $\varepsilon \ll a$ и $\varepsilon \ll b$, вносит незначительные изменения в приведенную энтропию потерь.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

- с увеличением размеров матрицы потери приведенной энтропии уменьшаются;
- при сохранении размеров матрицы изменение размеров ее элементов или их количества приводит к постоянной потере приведенной энтропии.

Полученные соотношения позволяют качественно оценить влияние параметров элементов оптического тракта на информационные потери в оптическом тракте оптико-электронного прибора с многоэлементными фотоприемниками.

ЛИТЕРАТУРА

Лебедько Е. Г. Теоретические основы передачи информации, М. — СПб: Лань, 2011. 350 с.

Сведения об авторах

- Елена Николаевна Зверева** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; ст. преподаватель
- Евгений Георгиевич Лебедько** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru
- Фи Хуан Тунг** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию
07.02.13 г.