

А. С. КОВАЛЕВА

МЕТОД РАСЧЕТА КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ ЗЕРКАЛЬНЫХ, ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ И ЛИНЗОВЫХ СИСТЕМ

Представлены соотношения, полученные при расчете габаритных и конструктивных параметров концентрической оптической системы с преломляющими и отражающими поверхностями исходя из условия коррекции сферической аберрации, а также соотношения, определяющие выбор материалов линзовых элементов линзовых концентрических оптических систем в соответствии с условиями коррекции сферической и хроматических аберраций.

Ключевые слова: апланатический зеркально-линзовый объектив, концентрический объектив, ахроматический концентрический объектив, плоскость наилучшей установки.

Разработка оптических систем, удовлетворяющих современным условиям применения, требует обстоятельного анализа элементной базы и схем, формирующих реальную основу композиции линзовых, зеркальных и зеркально-линзовых систем.

Известно, что оптическая система с концентрическими поверхностями обладает собственными коррекционными возможностями, а именно строгим отсутствием астигматизма при произвольном положении предмета и строгим отсутствием аберрации во входных зрачках. Исследованию свойств концентрических оптических систем посвящено множество работ. Результаты этих исследований позволяют проанализировать габаритные и аберрационные свойства оптической системы и разработать метод расчета концентрических объективов.

Поверхность, концентричная зрачку, обладает сферической аберрацией. Однако если устранить сферическую аберрацию, то образуется апланатическая поверхность, которая оставляет неисправленной только кривизну изображения.

Рассмотрим рис. 1, на котором показан ход действительного луча через преломляющую поверхность сферической формы, где P — точка пересечения падающего на поверхность луча (или его продолжения) с нормалью к нему, опущенной из центра кривизны поверхности C ; P' — точка пересечения преломленного на поверхности луча (или его продолжения) с нормалью к нему из центра кривизны той же поверхности; $[N C]$ — нормаль к сферической поверхности. Положим $[P C] = m$, $[P' C] = m_1$.

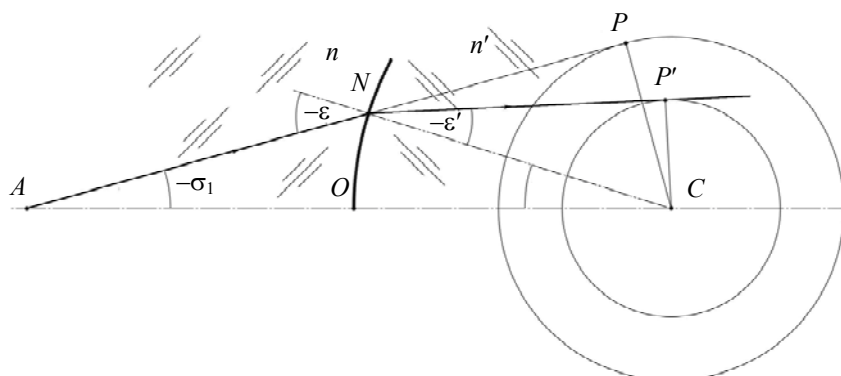


Рис. 1

Приняв угол падения на первую поверхность рассматриваемой системы $\sigma_1 = 0$ (см. рис. 1), фокусное расстояние системы можно определить как

$$f' = \frac{m}{\sin \sigma'} = \frac{m_1}{\sin \sigma'_k}, \quad (1)$$

где σ'_k — угол преломления луча после k -й поверхности (на рис. 1 не показан).

Дифференцируя выражение (1) и заменяя дифференциалы конечными разностями, получаем $\Delta f' \cong \Delta s' = -\frac{\Delta \sigma'}{\sin^2 \sigma'} m \cos \sigma'$, здесь $\Delta s'$ — продольная сферическая абберация, $m = \text{const}$. Тогда поперечная сферическая абберация будет определяться выражением $\delta g' = \Delta s' \text{tg} \sigma' = f' \delta \sigma'$, где $\delta \sigma' = \sigma'_0 - \sigma'$ [1]. При этом сферическая абберация в угловой мере определяется отношением $\delta \sigma' = \frac{\delta g'}{f'}$. При $\sigma_1 = 0$ можно записать формулу для σ'_k :

$$\sigma'_k = \sum_{i=1}^k \arcsin \frac{n_i m_1}{n_i r_i} - \sum_{i=1}^k \arcsin \frac{n_{i+1} m_1}{n_{i+1} r_i}, \quad (2)$$

где r_i — радиус кривизны i -й поверхности, n_i — показатель преломления i -й поверхности.

В соответствии с выражением (1) угол $\sigma'_k = \arcsin(m_1/f')$. При малой величине x угол $\arcsin x = x$. В рассматриваемом случае при $m \rightarrow 0$ величина $f' = f'_0$. Полагая в формуле (2) величину m_1 малой, получаем уравнение для оптической силы системы:

$$\Phi_0 = \frac{1}{f'_0} = n_1 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right). \quad (3)$$

Функцию $\arcsin x$ можно представить степенным рядом вида $\arcsin x = x + \frac{1}{6} x^3 + \frac{3}{40} x^5 + \frac{5}{112} x^7 + \dots$. Ограничиваясь в разложении в степенной ряд членами не выше седьмого порядка, формулу (2) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma'_k = & n_1 m_1 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right) + \frac{1}{6} n_1^3 m_1^3 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{1}{n_i^3} - \frac{1}{n_{i+1}^3} \right) + \\ & + \frac{3}{40} n_1^5 m_1^5 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^5} \left(\frac{1}{n_i^5} - \frac{1}{n_{i+1}^5} \right) + \frac{5}{112} n_1^7 m_1^7 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^7} \left(\frac{1}{n_i^7} - \frac{1}{n_{i+1}^7} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

здесь

$$n_1 m_1 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i+1}} \right) = \frac{m_1}{f'_0} = \sin \sigma'_{k,0},$$

при этом

$$\sigma'_{k,0} = \arcsin \frac{m_1}{f'_0} = \frac{m_1}{f'_0} + \frac{1}{6} \frac{m_1^3}{f_0'^3} + \frac{3}{40} \frac{m_1^5}{f_0'^5} + \frac{5}{112} \frac{m_1^7}{f_0'^7}.$$

Полученные соотношения позволяют представить выражение (4) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \delta \sigma' = \sigma'_{k,0} - \sigma'_k = & \frac{1}{6} \frac{m_1^3}{f_0'^3} - \frac{1}{6} n_1^3 m_1^3 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{1}{n_i^3} - \frac{1}{n_{i+1}^3} \right) + \frac{3}{40} \frac{m_1^5}{f_0'^5} - \frac{3}{40} n_1^5 m_1^5 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^5} \left(\frac{1}{n_i^5} - \frac{1}{n_{i+1}^5} \right) + \\ & + \frac{5}{112} \frac{m_1^7}{f_0'^7} - \frac{5}{112} n_1^7 m_1^7 \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i^7} \left(\frac{1}{n_i^7} - \frac{1}{n_{i+1}^7} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Оптические системы с concentрическими поверхностями, состоящие из одних линз, наряду со сферической абберацией обладают еще одной абберацией — хроматической. Если

система состоит из линз и зеркал, находящихся в воздухе, то хроматическая aberrация определяется как [2]

$$\eta = m \sum_{i=1}^k \frac{\varphi_i}{n_i \mu_i}, \quad (6)$$

где $\varphi_i = \frac{n_i - 1}{n_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)$ — оптическая сила концентрической линзы, $\mu_i = \frac{n_i - 1}{\Delta n_i}$ — коэффициент дисперсии.

В настоящей статье рассматриваются несколько схем концентрических объективов, расчет которых можно произвести в соответствии с изложенным методом.

Применим полученные соотношения для расчета зеркально-линзового объектива, состоящего из концентрического мениска и двух концентрических отражающих поверхностей — вогнутой и выпуклой (рис. 2).

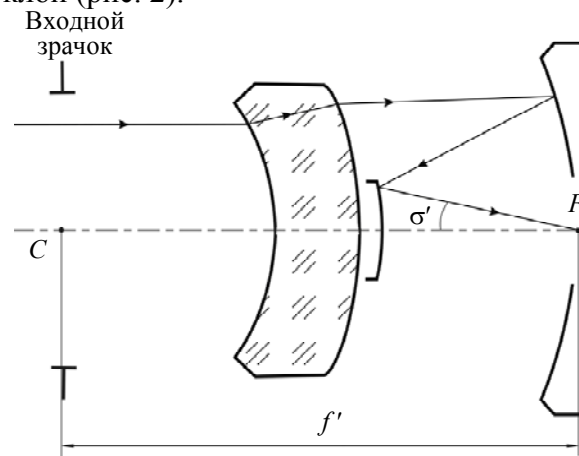


Рис. 2

Показатели преломления сред, разделяемых поверхностями оптической системы объектива, равны $n_1 = n_3 = -n_4 = n_5 = 1$, $n_2 = n$, где n — показатель преломления мениска. Выражение (3), определяющее оптическую силу системы, в рассматриваемом случае принимает вид

$$\varphi_0 = \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + 2 \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right). \quad (7)$$

Положение поверхности изображения относительно вершины первой по ходу луча отражающей поверхности определяется соотношением фокусного расстояния системы и радиуса кривизны отражающей поверхности. Это соотношение можно записать в виде $r_3 = k_S f'_0$, где величина коэффициента $k_S < 0$ выбирается из конструктивных соображений. При $k_S = -1$ осевая точка поверхности изображения будет совмещена с осевой точкой (вершиной) первой отражающей поверхности. Положение мениска относительно системы отражающих поверхностей выбирается из конструктивных соображений при условии требуемой коррекции aberrаций. Для этого взаимосвязь радиусов кривизны второй отражающей поверхности и второй поверхности мениска целесообразно определить соотношением $r_4 = k_R r_2$, где коэффициент $k_R \geq 1$. При $k_R = 1$ поверхности должны быть совмещены. Эта задача конструктивно и технологически решается нанесением отражающего покрытия на центральную зону второй поверхности мениска.

Выражая конструктивные параметры в масштабе фокусного расстояния системы, принимаем $\varphi_0 = 1$. Тогда с учетом введенных коэффициентов k_S и k_R выражение (7) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n}{n-1} \frac{k_S - 2}{k_S} + \frac{n(k_R + 2) - k_R}{(n-1)k_R r_2}. \quad (8)$$

Подставив соотношение (8) в выражение (5), при $\delta\sigma' = 0$ получим уравнение седьмой степени относительно r_2 . В первом приближении величину r_2 можно определить, если в выражении (5) отбросить все члены в степени, выше третьей. Таким образом, находим радиусы кривизны поверхностей рассматриваемой системы.

Важным параметром зеркальных и зеркально-линзовых оптических систем является коэффициент центрального экранирования зрачка k_3 для осевого пучка лучей по его диаметру. В данном случае

$$k_3 = \frac{S'_{F'}}{f'_0} = \frac{f'_0 + r_4}{f'_0}, \text{ при } f'_0 = 1 \quad k_3 = 1 + r_4 = 1 + k_R r_2.$$

Аналогичным образом можно рассчитать *концентрический объектив с тройным прохождением луча через мениск*, что естественным образом усиливает его коррекционные возможности. Схема такой оптической системы приведена на рис. 3.

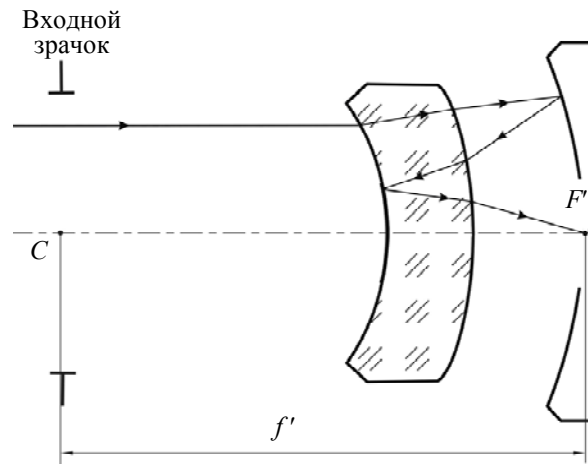


Рис. 3

В этом объективе отражающая поверхность совмещена с центральной зоной первой поверхности мениска. Согласно рис. 3 радиусы $r_1 = r_5$, $r_2 = r_4 = r_6$, и в этом случае положение осевой точки изображения относительно осевой точки (вершины) первой по ходу луча отражающей поверхности определяется соотношением $r_3 = k_S f'_0$. Кроме того, показатели преломления разделяемых сред равны $n_1 = n_3 = -n_4 = n_7 = 1$, $n_2 = -n_5 = n_6 = n$. Выражение (3) в данном случае принимает вид

$$\varphi_0 = \frac{n-3}{nr_1} - 3 \frac{n-1}{nr_2} + \frac{2\varphi_0}{k_S}.$$

При $\varphi_0 = 1$ имеем

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n}{n-3} \frac{k_S - 2}{k_S} + \frac{n-1}{n-3} \frac{3}{r_2}.$$

Предположим, что во входном зрачке системы расположена плоскопараллельная пластинка, которая может выполнять роль защитного стекла. При этом сферическую aberrацию образованного изображения можно компенсировать деформацией второй поверхности пластинки. *Оптическая система концентрического объектива с пластинкой Шмидта* приведена на рис. 4.

Пусть начало O системы координат xuz расположено в центре кривизны отражающих поверхностей и совпадает с осевой точкой второй поверхности пластинки. Ось z направлена вдоль оптической оси зеркальной системы слева направо. При этом осевая деформация W плоского волнового фронта, падающего на несферическую поверхность пластинки, определяется координатой z поверхности [3]:

$$W = (1-n)z, \quad (9)$$

где n — показатель преломления материала пластинки.

В общем случае для оптимальной коррекции сферической aberrации изображения, образованного рассматриваемой зеркальной системой, правая часть уравнения несферической поверхности должна содержать три члена с неравными нулю коэффициентами [4, 5]:

$$z = \frac{1}{2r_0}y^2 + ay^4 + by^6, \quad (10)$$

где r_0 — радиус кривизны в вершине несферической поверхности; a, b — коэффициенты.

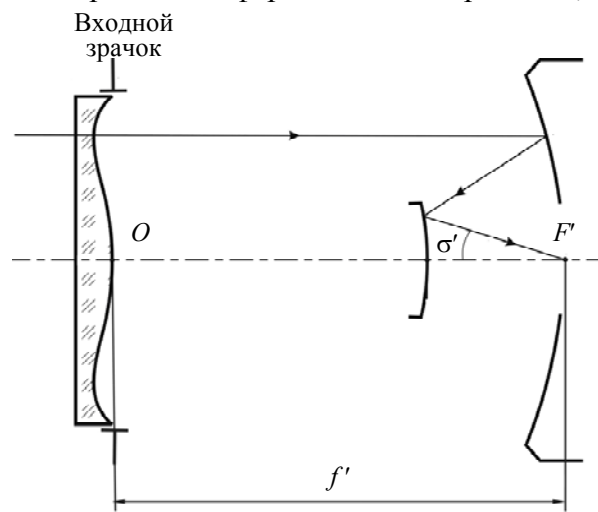


Рис. 4

Характер коррекции остаточной волновой сферической aberrации определяет следующие три условия, которым должно удовлетворять уравнение несферической поверхности (10):

1) на краю зрачка при $y_{кр} = m_{кр}$ координата $z_{кр} = 0$, а следовательно, в соответствии с уравнением (9) должно выполняться условие

$$bm_{кр}^4 + am_{кр}^2 + \frac{1}{2r_0} = 0; \quad (11)$$

2) при $y_0 = m_0$ должно выполняться условие $\frac{dz}{dy} = \frac{dW}{dm} = 0$, и в соответствии с уравнением (9) имеем

$$6bm_0^4 + 4am_0^2 + \frac{1}{r_0} = 0; \quad (12)$$

3) при $y_0 = m_0$ экстремальное значение деформации плоского волнового фронта, вносимой несферической поверхностью, должно быть равно экстремальному значению остаточной волновой сферической aberrации; это условие определяется выражением

$$z_{extr} = \frac{W(m_0)}{1-n} = \frac{W_{extr}}{1-n} = \frac{1}{2r_0}m_0^2 + am_0^4 + bm_0^6. \quad (13)$$

Решив систему линейных уравнений (9), (11)—(13), находим значение радиуса кривизны r_0 и коэффициентов a и b . Несферическая поверхность пластинки, форма которой определяется принятым характером коррекции остаточной сферической aberrации изображения, обладает достаточно хорошей коррекцией хроматической aberrации положения. В результате получаем оптическую апланатическую систему с исправленной хроматической aberrацией.

Рассмотрим следующий вариант — *трехлинзовую оптическую систему с преломляющими поверхностями*, схема которой представлена на рис. 5. Входной зрачок такой системы располагается в центре кривизны поверхностей, а конструктивные параметры удовлетворяют следующим условиям: $n_1 = n_5 = 1$, $n_2 = n_4$, $r_1 = -qr_4$, $r_2 = -qr_3$, где q — связующий параметр.

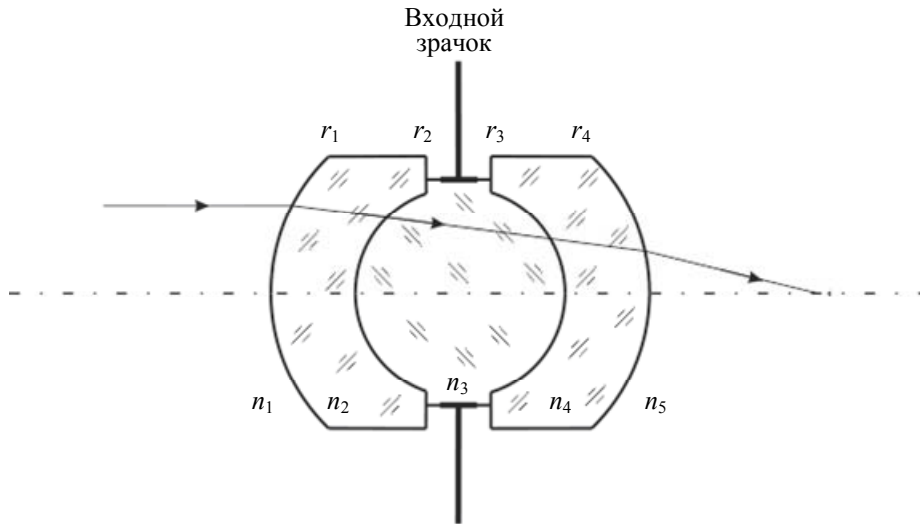


Рис. 5

Оптическая сила этой системы, согласно формуле (3), определяется как

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \\ &= \frac{n_2 - 1}{n_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3 - 1}{n_3} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) + \frac{n_4 - 1}{n_4} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) = \\ &= \frac{n_2 - 1}{n_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3 - 1}{n_3} \left(\frac{1}{r_2} + \frac{q}{r_2} \right) + \frac{n_2 - 1}{n_2} \left(-\frac{q}{r_2} + \frac{q}{r_1} \right) = \\ &= \frac{n_2 - 1}{n_2} (1 + q) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3 - 1}{n_3} (1 + q) \left(\frac{1}{r_2} \right) = \\ &= (1 + q) \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3 - 1}{n_3} \left(\frac{1}{r_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, $\Phi_1 = q\Phi_3$. При этом легко заметить, что $\Phi_1 < 0$, $\Phi_2 > 0$.

Используя формулу (6), выведем условие для устранения хроматической aberrации рассматриваемой системы через конструктивные параметры:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\Phi_1}{n_2 \mu_2} + \frac{\Phi_2}{n_3 \mu_3} + \frac{\Phi_3}{n_4 \mu_4} = \frac{\Phi_1}{n_2 \mu_2} + \frac{\Phi_2}{n_3 \mu_3} + \frac{q\Phi_1}{n_2 \mu_2} = \\ &= (1 + q) \frac{\Phi_1}{n_2 \mu_2} + \frac{\Phi_2}{n_3 \mu_3} = (1 + q) \left[\frac{n_2 - 1}{n_2^2 \mu_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3 - 1}{n_3^2 \mu_3} \left(\frac{1}{r_2} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

При $\Phi_0 = 1$, помножив выражение (14) на $\frac{1}{n_2 \mu_2}$, получим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_2\mu_2} &= (1+q) \left[\frac{n_2-1}{n_2^2\mu_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3-1}{n_3n_2\mu_2} \left(\frac{1}{r_2} \right) \right] = \\ &= \frac{1}{n_2\mu_2(1+q)} = \frac{n_2-1}{n_2^2\mu_2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{n_3-1}{n_3n_2\mu_2} \left(\frac{1}{r_2} \right), \end{aligned}$$

вычитая из которого выражение (15), имеем

$$\frac{1}{n_2\mu_2(1+q)} = \frac{n_3-1}{n_3n_2\mu_2} \frac{1}{r_2} - \frac{n_3-1}{n_3^2\mu_3} \frac{1}{r_2} = \frac{n_3-1}{n_3} \left(\frac{1}{n_2\mu_2} - \frac{1}{n_3\mu_3} \right) \left(\frac{1}{r_2} \right). \quad (16)$$

Умножим выражение (16) на величину $n_2\mu_2r_2$:

$$\frac{r_2}{1+q} = \frac{n_3-1}{n_3} \left(1 - \frac{n_2\mu_2}{n_3\mu_3} \right),$$

откуда следует, что $1 \geq \frac{n_2\mu_2}{n_3\mu_3}$: отсюда, в свою очередь, следует условие, определяющее выбор

стекло для линз:

$$n_2\mu_2 \leq n_3\mu_3. \quad (17)$$

Решая систему из уравнений (5), (14) и (15) и учитывая условие (17), получаем значения радиусов кривизны поверхностей при заданной комбинации стекол.

Результатом проведенного исследования является разработанный инженерный метод расчета зеркальных, линзовых и зеркально-линзовых оптических систем с концентрическими поверхностями. Данный метод позволяет произвести расчет оптической системы на минимум aberrаций, используя свойства концентрических систем. Применение данного метода для расчета линзовых систем позволяет учесть хроматические aberrации и дать рекомендации по выбору комбинации стекол.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Г. М. Концентрические оптические системы и их применение в оптическом приборостроении. М.: Наука, 1969.
2. Родионов С. А. Основы оптики: Конспект лекций. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2000.
3. Погарев Г. В. Юстировка оптических приборов. Л.: Машиностроение, 1982.
4. Грамматин А. П., Демидова Е. А., Зверев В. А., Романова Г. Э. Аберрационные свойства оптической системы из двух отражающих поверхностей сферической формы с компенсатором // Оптич. журн. 2004. Т. 71, № 4.
5. Зверев В. А. Основы геометрической оптики. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002.

Сведения об авторе

Анна Сергеевна Ковалева — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра прикладной и компьютерной оптики; E-mail: anyuta_kov@mail.ru

Рекомендована кафедрой
прикладной и компьютерной оптики

Поступила в редакцию
07.02.13 г.