УДК 520.224.2. 224.4

Ю. В. БАЁВА, Е. В. ЛАПОВОК, С. И. ХАНКОВ

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУР КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА КРУГОВЫХ ОРБИТАХ

Получено аналитическое описание энергетического баланса изотермического сферического космического объекта с учетом высоты и угла наклона орбиты. Предложена методика, включающая определение интегральных коэффициентов облученности Землей и отраженным ею солнечным излучением. Разработана математическая модель для расчетов нестационарных температур таких объектов при попеременном заходе в тень Земли и выходе на освещенный Солнцем участок траектории.

Ключевые слова: космический объект, коэффициент облученности, тепловой режим, теплообмен излучением.

Введение. Определение нестационарных тепловых режимов космических объектов (КО) различного класса, например, космических аппаратов (КА), движущихся по разным траекториям вокруг Земли, является актуальной задачей. Расчет температурных полей реальных КА требует использования специальных программ расчетов. С точки зрения теории и практики очень важно исследовать общие закономерности формирования тепловых режимов идеализированных и обобщенных моделей КА, а именно КО простых типовых конфигураций.

Целями настоящей статьи являются разработка математической модели нестационарного теплового режима КО с учетом высоты и угла наклона орбиты, проведение расчетных исследований и получение на этой основе математической модели для тестирования более сложных расчетных программ. В качестве эталонной конфигурации принята сферическая форма КО. В математической модели особое внимание уделено циклограммам изменения интегральных коэффициентов облученности, которые ранее были введены без учета их изменения во времени на конкретных траекториях [1, 2].

Тепловая модель космического объекта, параметры его траектории. Для составления математической модели и получения аналитических формул для расчетов нестационарных температур КО введем ряд ограничений и допущений:

— рассматриваются круговые орбиты с различными углами наклона β, меньшими предельного значения β₀, т.е. орбиты, имеющие теневые участки;

— в расчетах Земля принимается изотермичным объектом с серой диффузной поверхностью; удельная мощность теплового излучения Земли принимается постоянной на ее теневой и освещенной Солнцем поверхностях, что соответствует общепринятой модели [1];

— в тепловом балансе КО не рассматриваются внутренние источники тепловыделений, тепловой режим КО формируется внешними тепловыми воздействиями: прямым солнечным излучением, собственным тепловым излучением Земли и отраженным ей солнечным излучением;

 — поверхность КО, так же как и поверхность Земли, принимается серой и диффузной, при этом степени черноты и коэффициенты поглощения солнечного излучения не зависят ни от координат по поверхности, ни от температуры;

— пренебрегается рефракцией солнечного излучения при переходе КО через терминатор;

— рассчитывается среднеповерхностная температура КО в пренебрежении возможной температурной неравномерностью по поверхности и без учета его внутренней структуры, что соответствует либо сплошной структуре КО, либо оболочке с толстой стенкой из теплопроводного материала; такой подход соответствует принципу поэтапного моделирования,

согласно которому дальнейшая детализация температурных полей выполняется по результатам определения средних температур тел.

Схемы рассматриваемых траекторий КО представлены на рис. 1 (*a* — круговая траектория в направлении наблюдения от Солнца). Отрезок *A'B'* соответствует диаметру орбиты. Движение КО по круговой орбите *AMBN*, которая вследствие ее наклона видна в виде эллиптической проекции. Подсвеченный участок траектории находится в пределах части эллипса *NAM*. Теневой участок траектории заключен в пределах части эллипса *NBM* и угла 2 ω . На рис. 1, *б* представлен вид сбоку, теневая часть Земли выделена темным цветом, орбита видна как проекция *A'O'B'*, наклонение орбиты определяется углом β . Предельное значение угла наклона орбиты β_0 соответствует величине угла наклона β , начиная с которого (при $\beta > \beta_0$) КО никогда не заходит в тень Земли (рис. 1, *в*, *г*).



Величину предельного угла нетрудно вычислить

$$\beta_0 = \arcsin \sqrt{\varphi_0} = \theta_0; \qquad \varphi_0 = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2, \tag{1}$$

где *R* — радиус Земли; *h* — высота орбиты над поверхностью Земли; φ₀ — коэффициент облученности Землей горизонтальной площадки, лежащей в плоскости местного горизонта (локальный коэффициент); θ₀ — половинный угол, под которым с КО видна Земля.

Период обращения КО вокруг Земли t_0 зависит от высоты орбиты и описывается известным соотношением [3], которое для дальнейших расчетов удобно выразить через локальный коэффициент облученности ϕ_0 в виде

$$t_0 = 2\pi \frac{(R+h)^{3/2}}{Rg^{1/2}} \approx 2\frac{\sqrt{R}}{\varphi_0^{3/4}} = 5048\varphi_0^{-3/4} \text{ c} = 84, 1\varphi_0^{-3/4} \text{ мин},$$
(2)

где *g* — ускорение свободного падения.

Для учета времени нахождения КО на солнечном и теневом участках траектории необходимо определить угол 2ω (см. рис. 1). Из тригонометрических расчетов можно получить следующее соотношение:

$$2\omega = 2 \arcsin\left(\sqrt{\frac{\phi_0 - \sin^2 \beta}{\phi_0 \left(1 - \sin^2 \beta\right)}}\right) \quad \text{при } \beta < \beta_0. \tag{3}$$

С учетом (1) из (3) следует: $\omega = 0$ при $\beta = \beta_0$. В диапазоне $\beta_0 \le \beta \le \pi/2$ выполняется условие $\omega = 0$. При $\beta > \pi/2$ принимается схема орбиты, симметричная горизонтальной оси на рис. 1. В этом случае отсчет угла β осуществляется зеркально схеме рис. 1, *a*.

При равномерном круговом движении КО время его нахождения в тени Земли t_1 и на подсвеченном Солнцем участке траектории t_2 может быть определено использованием схемы рис. 1 и соотношения (3):

$$t_1 = 0, 5(1-n)t_0; \quad t_2 = 0, 5(1+n)t_0; \quad n = \sqrt{\frac{1-\varphi_0}{1-\sin^2\beta}}.$$
 (4)

Оценим время нахождения КО в тени и на Солнце. При высоте орбиты h = 600 км ($\beta_0 = 66^\circ$) и наклонении орбиты $\beta = 30^\circ$ получим $\varphi_0 = 0,835$, $\omega = 75,13^\circ$, n = 0,469 и $t_1 = 0,2655t_0$, $t_2 = 0,7345t_0$, при периоде обращения $t_0 = 96,3$ мин $t_1 = 25,6$ и $t_2 = 70,7$ мин.

Тепловой баланс объекта в околоземном космическом пространстве. Из уравнений теплового баланса КО определяется его нестационарная среднеповерхностная температура, равная среднеобъемной для изотермического КО. В тепловом балансе должны быть учтены постоянная составляющая теплового потока от подсветки Земли, а также конкретная, зависящая от параметров орбиты, циклограмма изменения во времени прямой солнечной засветки и отраженного Землей солнечного излучения.

Уравнение теплового баланса КО (уравнение нестационарного теплообмена) может быть представлено в виде

$$C_{s} \frac{dT}{d\tau} + \varepsilon (1 - \varphi_{s}) \sigma T^{4} = Q_{\Sigma}, \qquad (5)$$

$$C_{s} = c_{0} V/S = c_{0} L; c_{0} = c\gamma,$$

$$Q_{\Sigma} = \varepsilon \varphi_{s} Q + \alpha_{s} A E \varphi_{ks} + \alpha_{s} E \Phi f,$$

где *Т* — среднеповерхностная температура КО; *С*_s — поверхностная плотность полной теплоемкости КО; с₀, с, у — соответственно объемная и удельная теплоемкость и плотность материала КО; є — степень черноты поверхности; V — объем КО, за исключением пустот в его теле, для сферической оболочки он равен объему самой оболочки; S — площадь наружной поверхности КО; L — определяющий размер КО, для сферической оболочки $L = \Delta$, где Δ толщина стенки КО [2]; ϕ_s — интегральный коэффициент облученности сферического объекта Землей; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ — постоянная Стефана-Больцмана; Q_{Σ} — сумма удельных тепловых потоков, поглощенных наружной поверхностью объекта в околоземном космическом пространстве; Q = 239 Вт/м² — поверхностная плотность мощности, излучаемая Землей [4]; α_s — коэффициент поглощения солнечного излучения покрытием на внешней поверхности наружного корпуса; A = 0,3 — альбедо Бонда Земли [4]; E = 1366 Вт/м² — солнечная постоянная [4]; φ_{ks} — интегральный комбинированный коэффициент облученности внешней поверхности объекта отраженным Землей солнечным излучением; Ф — фактор формы, отношение площади миделя к общей площади поверхности КО (для КО сферической формы $\Phi = 0.25$); $f - \phi$ ункция, равная единице на освещенном Солнцем участке траектории и нулю — в тени Земли.

Интегральный коэффициент облученности объекта Землей известен [1, 2]:

$$\varphi_s = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \varphi_0} \right). \tag{6}$$

Значение φ_{ks} может быть рассчитано по формуле, выведенной с учетом данных [2]:

$$\varphi_{ks} = (1-\delta)\varphi_s \cos\beta \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{t_2 - 2(\tau - t_1)}{t_2}\right)\right]; \quad \delta = 0, 25\sqrt{\frac{H}{30}}; \quad H = h \cdot 10^{-3}.$$
(7)

Здесь $t_1 \le \tau \le t_2$. Моменты времени t_1 и t_2 соответствуют точкам траектории, при которых комбинированный коэффициент облученности φ_{ks} уменьшается до нуля, а непосредственное воздействие на КО солнечного излучения остается постоянным до захода в тень Земли. В этом заключается различие в циклограммах воздействия на КО прямого и отраженного Землей солнечного излучения, что особенно проявляется при больших высотах, когда $t_2 >> t_1$, однако при этом условии значение φ_{ks} пренебрежимо мало [2].

Опишем циклограмму воздействия на КО внешних тепловых потоков. В тени Земли поверхностью КО поглощается удельный тепловой поток

$$Q_1 = \varepsilon \varphi_s Q \quad \text{при} \quad 0 \le \tau \le t_1. \tag{8}$$

После прохождения теневого участка траектории суммарный поглощаемый поток равен

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + \Delta Q(\tau); \ \Delta Q(\tau) = \alpha_s A E \varphi_{ks}(\tau) + \alpha_s E \Phi f.$$
(9)

Поглощение потока прямого солнечного излучения продолжается в течение времени $t_1 \le \tau \le t_2$ (f = 1), начиная с момента времени $\tau = t_1 + t_2$ принимается f = 0.

Поглощение потока отраженного Землей солнечного излучения начинается после выхода КО из тени Земли с некоторым запаздыванием на отрезок времени $\Delta \tau = (n/4)t_0$. С этого момента величина комбинированного коэффициента облученности φ_{ks} нарастает, достигая максимума при $\tau = t_0/2$, а затем падает до малого значения к моменту времени $\tau = t_0 - (n/4)t_0$. Далее циклы повторяются. Для расчетов t_0 , t_1 , t_2 и *n* используются формулы (2), (4).

Результаты расчетов. В расчетах использовались значения параметров: c = 922 Дж/кг К; $\gamma = 2640$ кг/м³; $c_0 = 2,434 \cdot 10^6$ Дж/м³ К, что соответствует материалу КО (сплав АМГ6); $\varepsilon = 1$; $\alpha_s = 0,25$ и 1. Толщина стенки сферического оболочечного КО Δ в расчетах варьировалась от 10^{-6} до 10^{-2} м. Расчеты проводились для орбиты с параметрами $\beta = 30^\circ$, h = 600 км, $t_0 = 96,3$ мин; $t_1 = 25,6$ и $t_2 = 70,7$ мин. Начальная температура КО принята равной 290 К.



Результаты расчетов периодических изменений поглощаемых тепловых потоков и температуры КО представлены на рис. 2, 3. На рис. 2 приведены циклограммы изменения во времени поглощаемых поверхностью КО тепловых потоков в пределах одного цикла. По оси абсцисс отсчитывается безразмерное время $t^* = \tau/t_0$, циклограмма построена в рамках одного цикла, т.е. полного периода обращения КО вокруг Земли. Линии соответствуют: 1 — поглощаемый удельный поток собственного теплового излучения Земли при $\varepsilon = 1; 2, 4 - \kappa$ уровню добавляется поглощаемый линии 1 удельный поток от прямого солнечного излучения; 3, 5 — к уровню линий 2, 4 добавляется поглощаемый поток отра-

женного Землей солнечного излучения. Линии 2, 3 соответствуют коэффициенту поглощения поверхностью КО солнечного излучения $\alpha_s = 1$; 4, 5 — $\alpha_s = 0,25$. Вертикальные линии 6 определяют границы перехода через терминатор, расстояние между ними равно половине цикла.

На рис. 3 представлена динамика изменения температуры КО с различными теплоемкостями в пределах одного цикла ($a - \alpha_s = 1$; $\delta - 0.25$). Графики построены для квазиустановившегося теплового режима КО, т.е. после прохождения участка переходного режима (линия 7 отсекает на оси абсцисс границу в пределах цикла между теневым и солнечным участками траектории. Линии соответствуют толщине стенки сферического КО, равной $1 - 10^{-6}$; $2 - 10^{-5}$; $3 - 10^{-4}$; $4 - 10^{-3}$; $5 - 10^{-2}$ м). Это означает, что на последующих циклах картина изменения температур полностью воспроизводится.



Из рис. 3 можно сделать общие выводы:

— безынерционному в тепловом отношении объекту соответствует толщина стенки сферического КО до 10^{-5} м (линии *l* и *2*), температурная динамика таких КО полностью воспроизводит циклограмму изменения поглощаемых тепловых потоков, а амплитуда колебаний их температур максимальна — 132 К при $\alpha_s = 1$ и 44 К при $\alpha_s = 0,25$. Нижний уровень температуры (в тени Земли) безынерционных КО одинаков (он зависит от ε) и при $\varepsilon = 1$ составляет ~ 206 К;

— при толщине стенки сферического КО 10^{-4} м объект нельзя считать безынерционным, хотя с некоторым запаздыванием (на $t_1/2$ и $t_2/2$) изменение температуры соответствует изменению во времени поглощаемых тепловых потоков. Такой КО можно считать малоинерционным;

— при толщине стенки 10^{-3} м объект является термоинерционным, размах колебаний его температуры уменьшается в основном за счет повышения температурного уровня на теневом участке траектории (процесс охлаждения), на солнечном участке траектории динамика изменения температуры запаздывает относительно циклограммы изменения тепловых потоков и максимум смещен к концу цикла;

— при толщине стенки 10^{-2} м термическая инерция КО велика, амплитуда колебаний температуры составляет всего 18 К при $\alpha_s = 1$ и 4 К при $\alpha_s = 0,25$. Очевидно, что при дальнейшем увеличении толщины стенки КО можно будет отнести к классу термостабилизированных объектов, т.е. таких, у которых колебание температуры относительно среднего уровня можно считать практически незначимым.

Выводы. Разработана математическая модель для расчета нестационарных температур изотермического сферического КО с учетом высоты и наклона орбиты. Модель включает описание циклограмм поглощаемых поверхностью КО всех тепловых потоков в околоземном космическом пространстве. Проведенные расчеты позволили выявить закономерности формирования нестационарных тепловых режимов КО. Установлены критерии отнесения объектов к классу безынерционных или термостабилизированных (с большой тепловой инерцией). Разработанная методика расчета может применяться и для КО с другими конфигурациями (цилиндр, параллелепипед) после уточнения формул для коэффициентов облученности.

Модель нестационарного теплового режима изотермического сферического КО может использоваться как эталонная, она удобна для тестирования более сложных расчетных программ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Моделирование тепловых режимов космического аппарата и окружающей его среды / Под ред. Г. И. Петрова. М.: Машиностроение, 1971. 382 с.
- 2. Каменев А. А., Лаповок Е. В., Ханков С. И. Аналитические методы расчета тепловых режимов и характеристик собственного теплового излучения объектов в околоземном космическом пространстве. 2006. 186 с.
- 3. Богомолов С. И. Введение в специальность "Радиосвязь, радиовещание и телевидение": Учеб. пособие. Томск: ТМЦДО, 2004. 162 с.
- 4. *Trenberth K. E., Fasullo J. T., Keihl J.* Earth's global energy budget // Bull. Amer. Meteor. Soc. 2009, Vol. 90, N 3. P. 311–323.

Сведения об авторах

Юлия Валерьевна Баёва – аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга; Е-mail: yul.bayo@yandex.ru
 Евгений Владимирович Лаповок – канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга; E-mail: leva0007@rambler.ru
 Сергей Иванович Ханков – д-р техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга; E-mail: leva0007@rambler.ru

Рекомендована кафедрой компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга Поступила в редакцию 15.01.13 г.