

УДК 664.03+664.08

## **Учет сил поверхностного натяжения в математической модели тепло-массопереноса при осушке поверхностной влаги сухофруктов**

*Д-р техн. наук* Пеленко В.В.

Дайнеко К.Э.

*Канд. техн. наук* Иваненко В.П.

*Канд. техн. наук* Крысин А.Г.

Пеленко Ф.В.

Кайка А.Х.

Тарабановский Ф.Б.

[pro1@gunipt.spb.ru](mailto:pro1@gunipt.spb.ru)

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО  
Институт холода и биотехнологий  
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9*

*В уравнение энергии системы дифференциальных уравнений совместного тепло - и массопереноса введен дополнительный член, учитывающий наличие сил поверхностного натяжения и приводящий к появлению числа Вебера в соответствующем критериальном уравнении*

*Ключевые слова: поверхностное натяжение, критериальное уравнение*

---

## **The account of forces of a superficial tension in the mathematical model of heat and mass transfer in drying of surface moisture is dried fruits**

Pelenko V.V., Dayneko K.E., Ivanenko V.P., Krysin A.G., Pelenko F.V., Kayka A.H.,  
Tarabanovskiy F.B.

*National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics  
Institute of Refrigeration and Biotechnologies  
191002, St. Petersburg, Lomonosov str., 9*

*An additional member is entered in equalization of energy of the system of differential equalizations of joint heat exchange and mass-transfer, taking into account the presence of forces of surface-tension and resulting in appearance of number of Weber in corresponding criterion equalization*

**Keywords:** surface-tension, criterion equalization

Важнейшей стратегической задачей предприятий агропромышленного комплекса России является бесперебойное и равномерное в течение всего года удовлетворение потребностей населения качественными продуктами питания. Сезонность и ограниченные сроки хранения сельскохозяйственного сырья и продуктов питания заставляют исследователей, научно-технических и практических работников отрасли совершенствовать существующие процессы и создавать новые способы сушки и конструкции сушильного оборудования.

Сказанное в полной мере относится к процессам товарной обработки и сушки пищевых продуктов растительного происхождения, и в частности сухофруктов, среди которых особое место занимают такие, как чернослив, курага, изюм. Проблема удаления избыточной влаги с поверхности сухофруктов, наличие которой способствует интенсивному развитию плесени и болезнетворных микроорганизмов, представляется чрезвычайно важной с позиций длительного хранения этих продуктов, чрезвычайно широко используемых в пищевой промышленности в связи с их высокой пищевой и биологической ценностью. Они обладают настолько высокими вкусовыми качествами, обогащая человеческий организм витаминами и микроэлементами, что вряд ли еще можно найти подобные или близкие им по названным параметрам и привлекательности продукты.

В настоящее время отечественная пищевая промышленность получает в большом количестве сырьё названных сухофруктов из-за границы – это такие регионы, как Иран, Афганистан, Таджикистан, Узбекистан, страны Южной Америки и другие. Указанное обстоятельство, кроме сложившейся сегодня социально-экономической ситуации в России, связано с привязкой существующих промышленных предприятий перечисленных стран к исторически сформировавшейся инфраструктуре и сырьевой базе (место, регион, где выращивается абрикос, слива, виноград). Нельзя забывать, что до сегодняшнего дня в России широко применяется сушка на солнце (под солнцем и в тени). Автоматизированных заводов обеспеченных сушильным оборудованием единицы. На данный момент принципиальные схемы производства сухофруктов можно разделить на традиционную (сушка только под солнцем), смешанную (сушка под солнцем при

дальнейшей мойке на заводе, сушка в барабанных сушильных аппаратах) и полностью автоматизированные линии (исключена сушка на солнце). Сушка на заводе применяется в два этапа, первая после мойки и вторая после дополнительной поверхностной обработки (для изюма - покрытие парафином, уксусной кислотой и другими веществами, для кураги – окуривание в среде фосфора).

Для дальнейшего совершенствования сушильного оборудования необходимы углубление и развитие теории расчета процессов тепло - и массопереноса, поиски новых конструктивных решений, совершенствование численных расчетных методов, расширение спектра применяемых материалов, современных технологий изготовления, а также дополнительных новых физических методов воздействия на пищевые материалы и рабочие узлы.

Особенно перспективным представляется в рассматриваемых технологических процессах осушки поверхностной влаги использование вибрационного воздействия, так как в этом случае исключается постоянный контакт и слипание высушенных плодов, и тем самым обеспечивается равномерность аэродинамического и теплового воздействия на всю поверхность сухофруктов. В технологических циклах мойки, сушки и длительного хранения важным предметом для изучения являются специфика хода температурных кривых [7, 8-12], определение влагопоглощательной способности кураги, чернослива, изюма, которая, как отмечается в работе [13], сопровождается одним только энергетическим эффектом – чистой теплотой смачивания, что является свидетельством либо отсутствия разрыва межмолекулярных и внутримолекулярных водородных связей, либо взаимной компенсацией энергии разрыва соответствующей ей величиной положительного теплового эффекта [14]. Значимым вопросом является оценка параметров паропроницаемости поверхностного слоя сухофруктов, а также закономерности стекания тонких пленок и особенности молекулярного течения, сопровождающегося явлением проскальзывания на поверхности, существенно зависящим от взаимодействия контактирующих фаз [4, 5, 15]. Действительно, как отмечается в работе [16], теория Нернста о неподвижности жидкости в пределах толщины диффузионного пограничного слоя (условие прилипания) подвергалась справедливой критике и должна быть признана неудовлетворительной. Прямые экспериментальные измерения [16, 17] показали, что на расстояниях порядка 100 нм от твердой поверхности стенки наблюдается движение жидкости и предположение Нернста о неподвижности жидкости в пределах толщины слоя, превышающего указанное значение в 10, а то и в 1000 раз, не соответствует реальности и должно быть дезавуировано. В этом случае, при продольной подвижности жидкости в пределах

толщины диффузионного слоя, теряет свое обоснование линейность закона распределения концентрации в нем [16].

Согласно пленочной (фильмовой) теории Лангмюрра, вблизи границы раздела твердое тело – жидкость имеется жидкостная пленка, в пределах которой свойства жидкости в отношении закономерностей переноса в ней вещества, энергии, импульса или момента количества движения существенно отличаются от свойств самой жидкости [16, 18].

В связи с последним обстоятельством одним из серьезных вопросов, ускользающих от внимания исследователей и работников практической отрасли, является оценка влияния сил поверхностного натяжения моющей среды на интенсивность и особенности процесса осушки поверхностной влаги сухофруктов, особенно в случаях обработки их поверхности специальными покрытиями (курага обрабатывается фосфором, изюм – парафином, растительным маслом).

В процессе аналитических [5, 16] и экспериментальных исследований авторами работ [2 - 4], была отмечена зависимость сил поверхностного натяжения от толщины полимолекулярного слоя воды, осушаемой с поверхности плодов сухофруктов. Приведенный краткий литературный обзор также подтвердил обоснованность предположения о существовании такой связи.

При этом в работе [5] получена экспериментальная кривая, свидетельствующая об увеличении коэффициента поверхностного натяжения касторового масла на поверхности воды в 3 раза, с 0,025 до 0,075 Дж/м<sup>2</sup>, при уменьшении толщины поверхностного мономолекулярного слоя от 4,5 до 1,25 нанометра (от 8 до 2 молекулярных слоев [2, 19]).

Таким образом, из сказанного следует необходимость учета затрат энергии (а в некоторых случаях и их переменного характера) на преодоление сил поверхностного натяжения при удалении влаги с плодов сухофруктов.

Система уравнений совместного тепло-массопереноса при конвективно-радиационной осушке плодов сухофруктов в условиях пренебрежения потерей энергии на преодоление сил поверхностного натяжения содержит два основных уравнения сохранения: энергии и массы, а для конкретных краевых условий приведена в работе [3].

В случае учета влияния сил поверхностного натяжения, соответствующие уравнения сохранения массы и энергии в обозначениях, принятых в работах [3, 4] преобразуются к виду:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha_n \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \alpha_m \delta_n \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} ; \quad (1)$$

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \varepsilon \tau \rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\sigma}{h} \frac{\partial U}{\partial \tau} + q \quad (2)$$

Наличие третьего слагаемого в правой части уравнения (2), содержащего коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$ , и определяет его влияние на процесс совместного тепло-массопереноса.

Поставленная задача не может быть решена аналитически без существенного упрощения в связи с существенными математическими трудностями [1, 3, 11]. Точность получаемых аналитических (как правило приближенных) решений существенно зависит от выбора корреляционных зависимостей для коэффициентов внешней тепло- и массоотдачи [3, 7]. Поскольку надежные данные по величине этих коэффициентов в условиях учета сил поверхностного натяжения и сложной гидродинамики фильтрующего потока теплоносителя при сушке сухофруктов отсутствуют, то естественным и целесообразным является получение зависимости для определения нужного коэффициента массоотдачи в виде критериального уравнения [20].

Преобразуя дифференциальные уравнения (1), (2) и соответствующие краевые условия [3] к безразмерному виду, получаем следующую систему критериальных уравнений, описывающих процесс радиационно-конвективной осушки сухофруктов и учитывающих влияние сил поверхностного натяжения:

$$\begin{cases} U = U(Fo_\partial, Pe_\partial, Ko, Pn, Po, Nu_\partial) \\ T = T(Fo, Pe, Ko, Po, Gu, We) \end{cases} \quad (3)$$

С учетом того факта, что рассматривается процесс совместного тепло-массопереноса, система уравнений (3) примет вид:

$$\begin{cases} U = f_1(Fo, Pe, Pn, Nu, Ko, Po, Gu, We) \\ T = f_2(Fo, Pe, Pn, Nu, Ko, Po, Gu, We) \end{cases} \quad (4)$$

где:

$Fo, Fo_d$  – критерий Фурье и диффузионный Фурье;  $Pe, Pe_d$  – критерий Пекле и диффузионный Пекле;  $Pn$  – критерий Поснова;  $Ko$  – критерий Коссовича;  $Po$  – критерий Померанцева;  $Nu, Nu_d$  – диффузионный критерий Нуссельта;  $Gu$  – критерий Гухмана;  $We$  – число Вебера;  $U$  – влагосодержание;  $T$  – температура.

Следует учесть, что  $Pe = Re \cdot Pr$ , а ряд критериев выполняется в исследуемом процессе автомодельно [3],  $Re$  – критерий Рейнольдса;  $Pr$  – критерий Прандтля.

Кроме того, на процесс осушки оказывают влияние такие значимые геометрические характеристики осушаемого объекта, как длина обтекания ( $L$ ), эквивалентный диаметр слоя сухофруктов ( $D$ ) и толщина слоя осушаемого материала ( $H$ ) [20].

При рассмотрении объектов не подобных между собой, а только геометрически идентичных, в уравнения подобия указанные характеристики вводятся в форме геометрических симплексов вида  $D/H$ ,  $D/L$ , отражающих комплексное влияние размерных характеристик объектов на исследуемый процесс.

Принимая в качестве определяемого критерия - критерий Нуссельта, связанная система критериальных уравнений совместного тепло – и массопереноса преобразуется к следующему обобщенному виду [3]:

$$\begin{cases} Nu_D = f_1(Pn, Re, Pr, Ko, Fo, Gu, We, D/H, D/L) \\ Nu = f_2(Pn, Re, Pr, Ko, Fo, Gu, We, D/H, D/L) \end{cases} \quad (5)$$

Появление в критериальном уравнении (5) числа Вебера существенно отличает его от известных уравнений, полученных для различных пищевых материалов [3, 7, 8, 12].

Число Вебера [6] – это безразмерный симплекс, определяемый тождеством:

$$We \equiv \frac{\sigma}{\rho g h^2}, \quad (6)$$

где:

$\rho$  – плотность жидкой фазы;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $h$  – толщина пленки поверхностного слоя жидкости;  $b$  – характерный размер ( $b = h$ ).

Обобщенное уравнение процесса конвективно-радиационной осушки поверхностной влаги с плодов сухофруктов в критериальной форме при автотомельном удовлетворении критериев Прандтля ( $Pr$ ), Поснова ( $Pn$ ), Коссовича ( $Ko$ ) [3], и с учетом влияния на массонос сил поверхностного натяжения, принимает следующий окончательный вид:

$$Nu = A Po^m Re^n Gu^k We^s (D/H)^f (D/L)^d. \quad (7)$$

Задачей дальнейшего исследования является экспериментальное определение неизвестных эмпирических коэффициентов  $A$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $s$ ,  $f$ ,  $d$ .

Таким образом, получение системы дифференциальных уравнений совместного тепло-массопереноса (1-2) с учетом влияния сил поверхностного натяжения, краевых

условий и переход к критериальному уравнению (7), эмпирически описывающему закономерности этого весьма сложного теплофизического явления переноса энергии и массы, дает нам возможность корректного практического расчета процесса конвективно-радиационной осушки поверхностной влаги и его соответствующего аппаратного оформления, уточняя тем самым результаты работы [3].

#### Список литературы:

1. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
2. Гинзбург А.С., Савина И.М. Массовлагообменные характеристики пищевых продуктов.- М.: Легкая и пищевая промышленность. 1982.-280 с.
3. Вороненко Б.А., Демидов С.Ф., Иваненко В.П., Крысин А.Г., Пеленко В.В., Усманов И.И. Моделирование процесса радиационно-конвективной сушки пищевых материалов. // Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств». Выпуск №1, март, 2010.
4. В.В.Пеленко, В.А.Арет, Дайнеко К.Э., Верболоз Е.И., Иваненко В.П., Пеленко Ф.В., Крысин А.Г. Особенности течения тонких пленок жидкости в условиях проскальзывания на обтекаемой поверхности. // Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств». Выпуск №2, сентябрь, 2012.
5. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. - М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы. 1963. - 472 с.
6. Теория теплообмена. Терминология, вып. 83. М., «Наука», 1971.–81 с.
7. Пеленко В.В., Демидов С.Ф., Тамбулатова Е.В., Соколова Е.А. Изучение теплофизических характеристик светлого солода // Электронный журнал "Процессы и аппараты пищевых производств". - Санкт-Петербург: СПбГУНиПТ, 2012. - Вып. №1, март.
8. Пеленко В.В., Вороненко Б.А., Демидов С.Ф., Арет В.А., Демидов А.С. Исследования процесса сушки семян подсолнечника при инфракрасном нагреве // Международная научно-техническая конференция: Адаптация ведущих технологических процессов к пищевым машинным технологиям: Сб. науч. тр.//ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный университет инженерных технологий". - Воронеж: ВГУИТ, 2012.
9. Пеленко В.В., Усманов И.И., Иваненко В.П., Крысин А.Г. Анализ хода температурных кривых при конвективно-радиационной осушке кураги // Электронный журнал "Процессы и аппараты пищевых производств". - Санкт-Петербург: СПбГУНиПТ, 2011. - Вып. №2, сентябрь.

10. Пеленко В.В., Иваненко В.П., Крысин А.Г., Усманов И.И. Исследование процесса уноса влаги сушеного абрикоса // Электронный научный журнал "Процессы и аппараты пищевых производств". - Санкт-Петербург: СПбГУНиПТ, 2010. - Вып. №1, март.

11. Пеленко В.В., Иваненко В.П., Крысин А. ., Усманов И.И. Моделирование процесса радиационно-конвективной сушки кураги // Повышение качества и расширение ассортимента потребительских товаров и продукции общественного питания: Сб. науч.тр. ППС товароведно-технологического факультета СПбТЭИ. – СПб.: СПбТЭИ, 2010. – 176 с.

12. Пеленко В.В., Барсуков А.В., Иваненко В.П., Усманов И.И. Особенности процесса сушки кураги при товарной обработке // Повышение качества и расширение ассортимента потребительских товаров и продукции общественного питания: Сб. науч.тр. ППС товароведно-технологического факультета СПбТЭИ. – СПб.: СПбТЭИ, 2010. – 176 с.

13. Онохин А.П. К вопросу о связанной влаге и удельной поверхности гидрофильных материалов // Труды ЛТИ ЦБП, 1959, вып.7. – С.100 – 104.

14. Думанский А.В. Лиофильность дисперсных систем. – Киев: 1960.

15. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Кинетическая теория, 1967. - 440 с.

16. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. – М.: Гос. изд. физ.-мат. литературы. 1959. – 700 с.

17. Fage a. Townend, Proc, Roy. Sok. **135**, 434 (1932).

18. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, Госхимиздат, 1948, стр. 533.

19. Краткий справочник физико-химических величин. Под ред. К.П.Мищенко и А.А.Равделя. Изд-во «Химия», Л., 1974. – 200 с.

20. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов теплообмена. М., «Высш. школа», 1974. – 328 с.