

УДК 519.68:532.7:541.8:541.182.41

Оптимизация процесса измельчения пищевых материалов в волчках

Д-р техн. наук **В.В. Пеленко**, pelenko@mail.ifmo.ru
канд. техн. наук **Д.П. Малявко**, dpmalyavko@corp.ifmo.ru

И.И. Усманов, ilhomusmanov@mail.ru

В.Г. Екимов, ekimov@prom-exp.ru

Университет ИТМО

191002, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

Канд. техн. наук **А.Г. Крысин**, kafedra-totip@yandex.ru

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29

Построена иерархическая структура приоритетов изучения, математического моделирования и оптимизации процесса измельчения пищевых материалов в волчках. Определено содержательное наполнение исследований на каждом уровне и этапе. Исследован вопрос, определяющий все последующие процессы: аналитическая оценка и расчет минимального давления мясного сырья в зоне стыка нож–решетка. Построена физическая модель процесса экструзии продукта сквозь отверстия перфорированной выходной решетки. Составлено уравнение равновесия пробки пищевого материала, перемещающейся внутри отверстия с учетом как усилия резания о кромку отверстия, так и сил трения внешней поверхности мясного жгута (пробки) о внутреннюю поверхность цилиндрического отверстия решетки. Соответствующие граничные условия, учитывающие наличие сил трения скольжения на поверхности отверстия, а также условие стесненного сжатия при записи обобщенного закона Гука общей теории упругости, дали возможность определить абсолютное значение напряжения бокового давления на стенку цилиндрического отверстия, что является новым решением. Установлено среднее по длине отверстия нормальное боковое напряжение интегрированием априорно принятого линейного закона распределения, что позволило вычислить соответствующие силу давления и силу трения. В результате учета математических выражений для всех составляющих уравнения равновесия найдено искомое значение требуемого давления в зоне резания мясного сырья.

Показано, что величина требуемого давления определяется удельным усилием резания, характеризующим прочностные характеристики мясного сырья; коэффициентом Пуассона, характеризующим его деформационные свойства; коэффициентом трения мясного сырья, характеризующим взаимодействие мясной ткани с цилиндрической поверхностью отверстия; а также такими геометрическими параметрами отверстия, как его диаметр и толщина измельчительной решетки.

Ключевые слова: волчок; экструзия; давление; энергоемкость; сырье; трение; напряжение; жгут; нож; решетка.

DOI:10.17586/2310-1164-2016-9-2-32-39

Optimization of food grinding process in grinders

D.Sc. **Valery V. Pelenko**, pelenko@mail.ifmo.ru

Ph.D. **Dmitriy P. Malayvko**, dpmalyavko@corp.ifmo.ru

Ikhom I. Usmanov, ilhomusmanov@mail.ru

Vladimir G. Ekimov, ekimov@prom-exp.ru

ITMO University

191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosov str., 9

Ph.D. **Anatoly G. Krysin**, kafedra-totip@yandex.ru

Peter the Great Saint-Petersburg Polytechnic University

195251, Russia, Russia, St. Petersburg, Politekhnikeskaya str., 29

Hierarchy of priorities for investigating, mathematical modelling, and optimization of the food grinding process is presented. The object of research at every process stage is determined. As all processes are dependent on analytical estimating and calculating minimal pressure of raw meat at the junction of grinder plate and knife, this problem is investigated. Physical model of extrusion process through perforated grinder plate is shown. Equilibrium equation for a food moving inside the plate taking into account both shearing force against plate hole edge and forces of outer

meat surface friction against internal surface of the plate cylindrical hole. Research originality is that boundary conditions taking into account forces of sliding friction on the surface of the plate hole and the condition of constrained compression for generalized Hooke's law allow calculation of absolute side pressure stress on the wall of cylindrical hole. Side stress, which is average in the length of the hole, is calculated by integrating linear distribution law chosen a priori, that allows calculating corresponding pressure and friction stress. Taking into consideration mathematical expressions for all constituents of equilibrium equation results in evaluating target value of pressure necessary at the junction of grinder plate and knife.

Required pressure was shown to depend on specific shear force characterizing strength properties of meat; Poisson coefficient characterizing its deformation properties; meat friction coefficient characterizing the contact of meat with cylindrical surface of the hole; and also on the diameter and thickness of grinder plate.

Keywords: grinder; extrusion; pressure; power capacity; raw materials; friction; stress; knife; grinder plate.

Введение

В настоящее время в связи с актуальностью энерго- и ресурсосбережения [1, 2], а также повышения объемов производства и переработки сельскохозяйственной продукции, многообразие технологических процессов и оборудования для вторичной обработки пищевых материалов [3, 4], в частности, измельчения мясного сырья – волчков и мясорубок, требует углубленного изучения и совершенствования. Этот аспект достаточно полно отражен в работах [5–7].

Приоритеты по исследуемым вопросам развития и создания целостной теории расчета волчков сформированы нами на базе обширных аналитических литературных и практических экспериментальных материалов и результатах собственных исследований [8, 9].

Постановка задач

Данное обстоятельство позволило выстроить следующую логическую и структурно связанную последовательность изучения достаточно полного перечня задач в теории конструирования волчков и процесса измельчения с исчерпывающим выявлением взаимных внутренних причинно-следственных связей между физико-механическими характеристиками пищевого сырья и конструктивно-технологическими параметрами оборудования.

1. Обоснование величины минимального давления в зоне резания пищевого материала p_0 .
2. Оптимизация формы лезвийной кромки ножа (функция p_0).
3. Оптимизация угла наклона винтовой линии последнего витка шнека волчка (функция p_0 и других параметров, определяющих качество процесса резания).
4. Оценка энергоемкости процесса транспортировки мяса к режущему узлу в волчках с винтовым шнеком переменного шага. Определение количества витков (функция p_0), обеспечивающих статистически обоснованную степень уплотнения пищевого материала.
5. Математическое описание и обоснование параметров взаимодействия контактных поверхностей пары нож–решетка в волчках. Определение момента затяжки центральной зажимной гайки волчка.
6. Пути снижения трибологических (износных) характеристик и параметров режущей пары волчков нож–решетка.
7. Статистическое экспериментальное обоснование степени уплотнения пищевого материала (охлажденное, дефростированное, замороженное пищевое сырье, нативное состояние) в волчке по длине шнека с переменным шагом.
8. Статистическое экспериментальное определение удельного усилия резания пищевых материалов, напряжений смятия волокон продукта, коэффициентов трения скольжения пищевого сырья при перемещении по материалу конструктивных элементов волчка, а также коэффициента бокового давления.
9. Аналитическое описание процесса взаимодействия пищевого материала с ребрами противоскольжения корпуса волчка. Оптимизация геометрии профиля ребер противоскольжения и их продольной конфигурации.

10. Экспериментальные исследования эффективности вариантов исполнения ребер противоскольжения. Оценка оптимального угла наклона винтовой линии ребра переменного шага.
11. Аналитическое описание винтовой траектории реального перемещения пищевого сырья в его абсолютном движении вдоль корпуса волчка.
12. Экспериментальное определение интенсивности процесса «шлюзования» (обратного потока пищевого материала через зазор между внутренней поверхностью корпуса волчка и внешней поверхностью винтового шнека по его наружному диаметру).
13. Разработка корректной математической модели функционирования волчка, учитывающей все множество значимых влияющих факторов (характеристик сырья и конструктивных параметров – более 20).

Таким образом, системный подход в изучении процессов измельчения пищевых материалов позволяет построить иерархию приоритетов, определить не только очередность, но и содержание расчета процессов и параметров составляющих конструктивных элементов волчков и тем самым обеспечить дальнейшее развитие теории конструирования и оптимизации волчков и мясорубок.

Построение математической модели

Как показано выше, одним из важнейших параметров, определяющих качество измельчения, его энергоёмкость и влияющих на подавляющее большинство других характеристик процесса, является давление p_0 пищевого сырья в зоне резания, а именно в стыке нож–решетка, обеспечивающее качественное продавливание материала сквозь отверстия перфорированной выходной решетки [10–12].

Физическая модель процесса экструзии состоит в следующем.

Для обеспечения выхода мясного жгута из отверстия измельчительной решетки необходимо преодолеть усилие резания сырья о кромку отверстия, а также силы трения внешней поверхности мясного жгута при скольжении по внутренней поверхности выходного отверстия. Таким образом, исходя из схемы продавливания жгута пищевого материала сквозь отверстие перфорированной решетки волчка или мясорубки (рисунок: А – прямоугольное отверстие, Б – круглое отверстие решетки) очевидно, что уравнение равновесия для цилиндрической мясной пробки (жгута), перемещающейся в отверстии, может быть записано в виде:

$$F_{рез} + F_{тр} + F_{дв} = 0, \tag{1}$$

где $F_{рез}$ – усилие резания мясного сырья о кромку отверстия выходной решетки волчка, Н;
 $F_{тр}$ – сила трения внешней поверхности мясного жгута (пробки) о внутреннюю поверхность цилиндрического отверстия при перемещении пищевого материала сквозь перфорированную решетку, Н;
 $F_{дв}$ – движущая сила процесса истечения мясного (или иного) сырья, обусловленная требуемой величиной минимального значения давления на торцевую площадку непосредственно перед решеткой, Н.

Для круглого цилиндрического отверстия усилие $F_{рез}$ может быть представлено в виде:

$$F_{рез} = P_{уд} \pi d, \tag{2}$$

где d – диаметр отверстия решетки, м;
 $P_{уд}$ – удельное усилие резания мясного сырья, Н/м.

Движущая сила процесса истечения мясного сырья $F_{дв}$ должна обеспечивать преодоление усилия резания о кромку отверстия и силы трения о его внутреннюю поверхность, с другой стороны она определяется величиной давления p_0 в зоне контакта пары нож–решетка в соответствии с соотношением:

$$F_{дв} = p_0 \frac{\pi d^2}{4}, \tag{3}$$

где p_0 – необходимая величина минимального значения давления мясного сырья в зоне резания, обеспечивающая его перемещение сквозь отверстия измельчительной решетки, Па.

Сила трения мясного сырья о внутреннюю поверхность цилиндрического отверстия может быть определена по закону Кулона:

$$F_{тр} = fF_{нд}, \tag{4}$$

где f – коэффициент трения мясного сырья о внутреннюю поверхность отверстия выходной измельчительной решетки;

$F_{нд}$ – сила нормального давления мясного сырья на внутреннюю цилиндрическую поверхность отверстия решетки, Н.

Сила нормального давления $F_{нд}$ может быть определена через произведение среднего значения нормальных напряжений σ_r^{cp} в перпендикулярном направлении к оси отверстия на площадь его цилиндрической поверхности (рисунок – Б):

$$F_{нд} = \sigma_r^{cp} \pi d \delta,$$

где δ – толщина выходной измельченной решетки, м;

σ_r^{cp} – среднее значение нормальных напряжений в направлении, перпендикулярном к оси отверстия, Па.

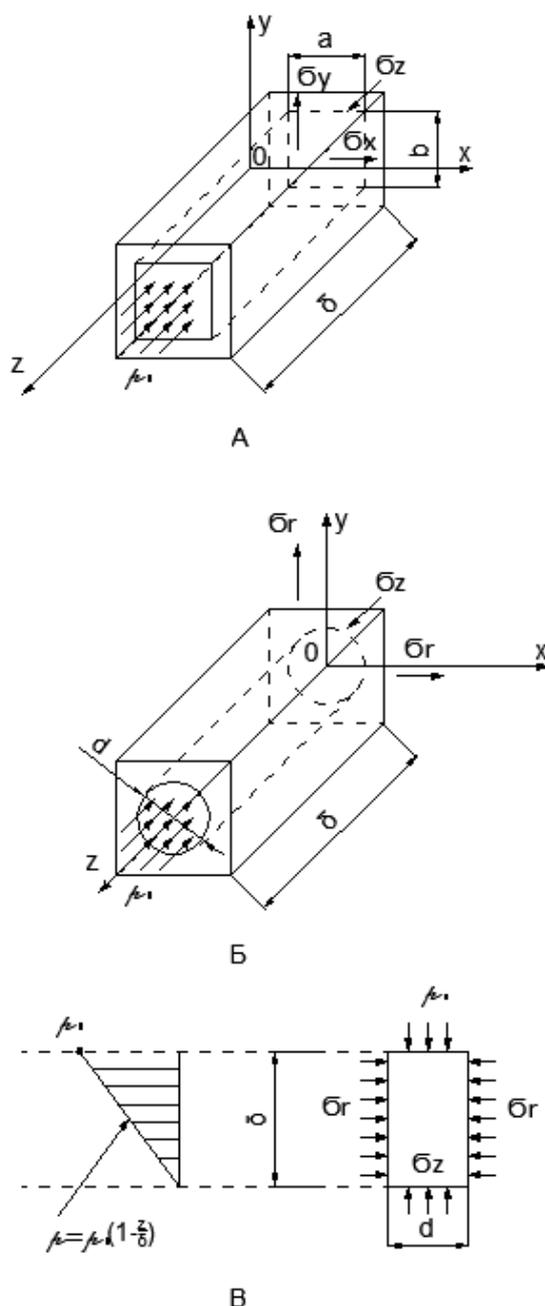


Рисунок – Схемы нагружения мясного жгута в условиях тесненного сжатия

Таким образом, сила трения при течении мясного сырья приобретает вид:

$$F_{тр} = \sigma_r^{cp} \pi d \delta \cdot f. \tag{5}$$

Что касается нормальных напряжений в жгуте мясного сырья в направлении перпендикулярном оси отверстия при продавливании сквозь измельчительную решетку, воспользуемся известным из теории упругости решением задачи стесненного сжатия.

$$\sigma_r^{cp} = \frac{-\mu \cdot p(z)}{(1-\mu)}. \tag{6}$$

Для учета влияния сил трения на величину требуемого давления в условиях стесненного сжатия и продавливания (наличие кинематического перемещения жгута и возникновение силы трения скольжения), рассмотрим обобщенный закон Гука [13] при соответствующих граничных условиях (рисунок – А),

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \mu \cdot (\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \right\}. \tag{7}$$

Граничные условия в нашем случае примут вид:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \text{ — условие стеснения;}$$

$$\sigma_z = -p(z) - f \cdot \sigma_x \text{ — условие, учитывающее наличие сил трения на поверхности отверстия;}$$

$$\sigma_x = \sigma_y \text{ — условие симметрии.}$$

Для случая цилиндрического отверстия система уравнений (7) и граничные условия примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - 2 \cdot \mu \cdot \sigma_r] \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r - \mu \cdot (\sigma_z + \sigma_r)] \end{aligned} \right\}; \tag{8}$$

$$\tag{9}$$

$$\varepsilon_r = 0;$$

$$\sigma_z = -p(z) - f \cdot \sigma_r. \tag{10}$$

Из первого уравнения системы (8) с учетом (9) получим:

$$\sigma_r - \mu \cdot (\sigma_z + \sigma_r) = 0. \tag{11}$$

Подставим условия (10) в (11), запишем:

$$\sigma_r - \mu \cdot [-p(z) - f \cdot \sigma_r + \sigma_r] = 0. \tag{12}$$

Решая уравнение (12) относительно σ_r , получим:

$$\sigma_r = \frac{-\mu \cdot p(z)}{1 - \mu \cdot (1 - f)}. \tag{13}$$

Знак минус в уравнении (13) свидетельствует о сжимающем действии напряжения σ_r .

Абсолютное значение напряжения бокового давления σ_r на стенку цилиндрического отверстия примет вид:

$$\sigma_r = \frac{\mu \cdot p(z)}{1 - \mu \cdot (1 - f)}. \quad (14)$$

Среднее по длине отверстия напряжение σ_r^{cp} может быть определено из уравнения (14):

$$\sigma_r^{cp} = \frac{\mu \cdot p_{cp}}{1 - \mu \cdot (1 - f)}, \quad (15)$$

где p_{cp} – среднее значение давления равномерно распределенного по длине отверстия.

Действительно, как было отмечено в уравнении (6), давление p по длине отверстия меняется $p = p(z)$.

Запишем линейное приближение приведенной зависимости (рисунок – В):

$$p(z) = p_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{\delta}\right). \quad (16)$$

Тогда

$$p_{cp} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} p_0 \cdot \left(1 - \frac{z}{\delta}\right) \cdot dz. \quad (17)$$

После интегрирования уравнения (17) получаем:

$$p_{cp} = \frac{p_0}{2}. \quad (18)$$

С учетом соотношения (4), (5), (15), (18), запишем выражения для силы трения в виде:

$$F_{тр} = \frac{p_0 \pi d f \delta}{2[1 - \mu(1 - f)]}. \quad (19)$$

Представляя полученные выражения (2), (3) и (19) в уравнение (1) и проектируя его на продольную ось отверстия OZ, получим:

$$P_{уд} \pi d + \frac{\pi d \delta f \mu p_0}{2[1 - \mu(1 - f)]} - p_0 \frac{\pi d^2}{4} = 0. \quad (20)$$

Преобразуем уравнение (20) к виду:

$$P_{уд} = \frac{p_0}{4} \left[d - \frac{2 \delta f \mu}{1 - \mu(1 - f)} \right]. \quad (21)$$

Из соотношения (21) найдем искомое значение требуемого давления p_0 в зоне резания мясного сыря:

$$p_0 = \frac{4 P_{уд}}{d - \frac{2 f \mu \delta}{1 - \mu(1 - f)}}. \quad (22)$$

Выводы

Как следует из полученного уравнения (22), величина требуемого давления определяется удельным усилием резания, характеризующим прочностные характеристики мясного сырья; коэффициентом Пуассона, характеризующим его деформационные свойства; коэффициентом трения мясного сырья, характеризующим характер взаимодействия мясной ткани с цилиндрической поверхностью отверстия; а также такими геометрическими параметрами отверстия, как его диаметр, толщина измельчительной решетки и законом распределения давления внутри отверстия решетки по длине отверстия. Количественная оценка зависимости требуемого минимального давления в зоне резания от коэффициента трения скольжения показывает, что увеличение трения скольжения на 50% вызывает необходимость повышать значение требуемого минимального давления на 10%.

Таким образом, задачами дальнейших исследований является статистическое экспериментальное определение удельного усилия резания $P_{уд}$ пищевых материалов, коэффициентов трения скольжения пищевого сырья f при перемещении по материалу конструктивных элементов волчка, коэффициента бокового давления μ , а также закона распределения давления внутри отверстия решетки по длине отверстия $p(z)$.

Литература

1. Пелеев А.И. Технологическое оборудование предприятий мясной промышленности. М.: Пищепромиздат, 1971. 518 с.
2. Ивашов В.И. Оборудование для переработки мяса. СПб.: ГИОРД, 2007. 464 с.
3. Пеленко В.В., Арет В.А., Кайка А.Х., Тарабановский Ф.Б., Ольшевский Р.Г., Бобров С.В., Зуев Н.А. Разработка математической модели процесса измельчения мясного сырья в волчках // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 3. С. 27.
4. Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Иваненко В.П., Крысин А.Г. Аналитическая и экспериментальная оценка влияния момента трения кинематической пары нож–решетка на производительность измельчителя // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2014. № 4. С. 169–181.
5. Арет В.А., Верболоз Е.И., Пеленко Ф.В., Пеленко В.В. Внешнее трение в моделировании работы червячного экструдера // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2012. № 1. С. 10.
6. Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Азаев Р.А., Кузьмин В.В. Фундаментальные особенности процесса резания пищевых продуктов лезвийным инструментом // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2008. № 1. С. 40–42.
7. Пеленко В.В., Кузьмин В.В., Морозов Е.А., Азаев Р.А., Ольшевский Р.Г. Оптимизация параметров оборудования для переработки мясного сырья // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2008. № 5–6. С. 84–86.
8. Даурский А.Н., Мачихин Ю.А. Резание пищевых материалов. М.: Пищевая промышленность, 1980. 240 с.
9. Лонцин М., Мерсон Р. Основные процессы пищевых производств. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1983. 377 с.
10. Антипов С.Т., Кретов И.Т., Остриков А.Н., Панфилов В.А., Ураков О.А. Машины и аппараты пищевых производств. М.: Высшая школа, 2001. 1384 с.
11. Остриков А.Н., Абрамов О.В., Рудометкин А.С. Экструзия в пищевой промышленности. СПб.: ГИОРД, 2004. 288 с.
12. Фатыхов Ю., Канопка Л. Экструзионные технологии пищевых производств. Вильнюс: Техника, 2007. 88 с.
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики. М.: ГИФ-МЛ, 1958. Т. 2. 628 с.

References

1. Peleev A.I. *Tekhnologicheskoe oborudovanie predpriyatii myasnoi promyshlennosti* [Technological equipment meat industry enterprises]. Moscow, Pishchepromizdat Publ., 1971, 518 p.
2. Ivashov V.I. *Oborudovanie dlya pererabotki myasa* [Meat processing equipment]. St. Petersburg, GIORД Publ., 2007, 464 p.
3. Pelenko V.V., Aret V.A., Kaika A.Kh., Tarabanovskii F.B., Ol'shevskii R.G., Bobrov S.V., Zuev N.A. *Razrabotka matematicheskoi modeli protsessa izmel'cheniya myasnogo syr'ya v volchkakh* [Development of the mathematical model of the chopping process of meat raw materials in the top]. *Scientific journal NRU ITMO. Series: Processes and Food Production Equipment*. 2013, no. 3, P. 27.

4. Pelenko V.V., Zuev N.A., Ol'shevskii R.G., Ivanenko V.P., Krysin A.G. Analiticheskaya i eksperimental'naya otsenka vliyaniya momenta treniya kinemacheskoi pary nozh–reshetka na proizvoditel'nost' izmel'chatelya [Analytical and experimental evaluation of the effect of the friction torque kinematic pair knife-lattice performance hredder]. *Scientific journal NRU ITMO. Series: Processes and Food Production Equipment*. 2014, no. , pp. 169–181.
5. Aret V.A., Verboloz E.I., Pelenko F.V., Pelenko V.V. Vneshnee trenie v modelirovanii raboty chervyachnogo ekstrudera [External friction in the simulation of the screw extruder]. *Scientific journal NRU ITMO. Series: Processes and Food Production Equipment*. 2012, no. 1, P. 10.
6. Pelenko V.V., Zuev N.A., Ol'shevskii R.G., Azaev R.A., Kuz'min V.V. Fundamental'nye osobennosti protsessa rezaniya pishchevykh produktov lezviinym instrumentom [The fundamental features of the process of cutting foodstuff blade tool]. *Scientific journal NRU ITMO. Series: Processes and Food Production Equipment*. 2008, no. 1, pp. 40–42.
7. Pelenko V.V., Kuz'min V.V., Morozov E.A., Azaev R.A., Ol'shevskii R.G. Optimizatsiya parametrov oborudovaniya dlya pererabotki myasnogo syr'ya [Optimization parameters of the equipment for the processing of raw meat]. *Proceedings of the higher educational institutions. Food technology*. 2008, no. 5–6, pp. 84–86.
8. Daur'skii A.N., Machikhin Yu.A. *Rezanie pishchevykh materialov* [Cutting food materials]. Moscow, Pishchevaya promyshlennost' Publ., 1980, 240 p.
9. Lontsin M., Merson R. *Osnovnye protsessy pishchevykh proizvodstv* [The main processes of food production]. Moscow, Legkaya i pishchevaya promyshlennost' Publ., 1983, 377 p.
10. Antipov S.T., Kretov I.T., Ostrikov A.N., Panfilov V.A., Urakov O.A. *Mashiny i apparaty pishchevykh proizvodstv* [Machinery and equipment for food production]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2001. 1384 p.
11. Ostrikov A.N., Abramov O.V., Rudometkin A.S. *Ekstruziya v pishchevoi promyshlennosti* [Extrusion of the food industry]. St. Petersburg, GIORD Publ., 2004, 288 p.
12. Fatykhov Yu., Kanopka L. *Ekstruzionnye tekhnologii pishchevykh proizvodstv* [Extrusion technology food production]. Vilnius, Tekhnika Publ., 2007, 88 p.
13. Smirnov V.I. *Kurs vysshei matematiki* [Course of higher mathematics]. Moscow, GIF-ML Publ., 1958, V. 2, 628 p.

Статья поступила в редакцию 10.05.2016