

## Анализ соответствия реологических моделей структурно-механическим свойствам рыбы

Канд. техн. наук **О.В. Агеев**, oleg.ageev@klgtu.ru

д-р техн. наук **Ю.А. Фатыхов**, elina@klgtu.ru

д-р техн. наук **В.А. Наумов**, vladimir.naumov@klgtu.ru

**Н.В. Самойлова**, procyon@mail.ru

*Калининградский государственный технический университет,  
236022, Россия, Калининград, Советский пр., д.1*

Показана актуальность научно обоснованного выбора реологической модели, описывающей структурно-механические свойства мышечной ткани рыбы. Обоснование выбора модели выполнено путем сравнительного анализа базовых реологических моделей, соответствующих вязкоупругому поведению материала. Рассмотрены дифференциальные уравнения моделей с решениями для трех различных условий нагружения. Изложены результаты экспериментальных испытаний мышечной ткани ставриды, скумбрии, сардинеллы атлантической на прямую ползучесть, релаксацию и обратную ползучесть. Испытания на прямую и обратную ползучесть проведены при напряжении  $0,065 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>, испытания на релаксацию выполнены при напряжении  $0,6 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Проведен регрессионный анализ соответствия экспериментальным данным математической модели Максвелла–Томсона, модели Максвелла, модели Кельвина–Фойгта и модели Бюргерса. Установлено, что мышечная ткань рыбы до разрушения проявляет ограниченное течение под нагрузкой, релаксирует при постоянной нагрузке до равновесного состояния, полностью восстанавливается при полной разгрузке. Показано, что результатам проведенных экспериментальных испытаний приближенно соответствует трехэлементная реологическая модель Максвелла–Томсона. При испытаниях на прямую ползучесть индексы детерминации составляют 0,966; 0,952 для ставриды и скумбрии соответственно. При испытаниях на релаксацию индексы детерминации составляют 0,903; 0,915 для ставриды и скумбрии. При испытаниях на обратную ползучесть индексы детерминации составляют 0,925; 0,931 для скумбрии и сардинеллы атлантической. Модель Бюргерса более точно описывает кинетику деформации и напряжения в ограниченных периодах времени нагружения, однако в целом существенно расходится с результатами экспериментов. Это объясняется наличием в модели Бюргерса изолированного демпфера, предусматривающего бесконечное течение материала под нагрузкой и полную релаксацию напряжений.

**Ключевые слова:** реологическая модель; нагружение материала; вязкоупругость; деформация; напряжение; мышечная ткань; рыба.

DOI: 10.17586/2310-1164-2018-11-2-34-43

### Correspondence of rheological models to the structural-mechanical properties of fish

Ph.D. **Oleg V. Ageev**, oleg.ageev@klgtu.ru,

D.Sc. **Yuri A. Fatykhov**, elina@klgtu.ru

D.Sc. **Vladimir A. Naumov**, vladimir.naumov@klgtu.ru,

**Natalia V. Samojlova**, procyon@mail.ru

*Kaliningrad State Technical University,  
1, Sovietsky ave., Kaliningrad, 236022, Russia*

The relevance of the scientifically substantiated choice for the rheological model describing the structural-mechanical properties of the muscular fish tissue has been shown. The model choice has been justified by comparative analysis of the basic rheological models corresponding to the viscoelastic behavior of the material. Differential equations of the models with solutions for three different force conditions have been analyzed. The results of direct creep, relaxation, and reverse creep tests of the muscular tissue have been presented for horse mackerel, mackerel, and Atlantic sardinella. Direct and reverse creep tests have been performed at the stress of  $0.065 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>, the relaxation tests have been performed at the stress of  $0.6 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>. The regression analysis for the correspondence of Maxwell–Thomson mathematical model, Maxwell model, Kelvin–Voigt model, and Burgers model to the experimental data has been performed. It has been found out that the muscular fish tissue before destruction shows a limited flow under stress, and relaxes at constant stress to an equilibrium state, with

it restoring completely when relieved fully. It has been shown that the results of the experimental tests approximately correspond to the three-element rheological Maxwell–Thomson model. In direct creep tests the indices of determination are shown to be of 0.966 and 0.952 for horse mackerel and mackerel respectively. In the relaxation tests the indices of determination are 0.903 and 0.915 for horse mackerel and mackerel respectively. In reverse creep tests the indices of determination are 0.925 and 0.931 for mackerel and Atlantic sardinella. Burgers model describes the kinetics of deformation and stress in limited periods of stressing time in a more accurate way, but in general its results differ from the experimental ones substantially. This is explained by the presence of an isolated damper in Burgers model, which provides for an infinite material flow under stressing and full relaxation of stresses.

**Keywords:** rheological model; stress of material; viscoelasticity; deformation; muscular tissue; fish.

## Введение

При исследовании процесса резания рыбы требуется иметь соотношения, связывающие напряжения, деформации и время. Такие зависимости возможно получить на основе рассмотрения математических моделей [1–3]. При наличии формализованного описания структурно-механических свойств сырья представляется возможным аналитически определить силы вредных сопротивлений резанию рыбы (вязкоупругие силы сопротивления и силы трения), а также силы полезных сопротивлений при разрушении материала режущей кромкой [4].

Для описания вязкоупругих свойств пищевых материалов используются двух-, трех- и четырехэлементные модели [5]. В известных моделях зависимости между напряжением, деформацией и временем выражаются линейными дифференциальными уравнениями различного порядка с постоянными коэффициентами [6, 7].

Отечественными и зарубежными исследователями установлено, что мышечная ткань рыбы состоит из упругих и вязких элементов, занимая промежуточное положение между твердыми и жидкими. В связи с этим, механическое поведение сырья должно описываться реологическими моделями, учитывающими его вязкоупругие свойства. Для описания структурно-механических свойств рыбы принята трехэлементная модель стандартного вязкоупругого тела, она же модель Максвелла–Томсона [8]. Известен подход к описанию механического поведения мяса четырехэлементной моделью Бюргерса, включающей последовательно соединенные элементы Максвелла и Кельвина–Фойгта [9].

Вместе с тем, в известных работах подбор реологических моделей проведен на основе качественного и количественного соответствия какой-либо одной реологической модели результатам экспериментальных исследований. До настоящего времени в рыбной отрасли не выполнялся сравнительный количественный анализ соответствия различных математических описаний механического поведения сырья экспериментальным данным.

Целью работы является обоснование выбора реологической модели мышечной ткани рыбы путем сравнительного анализа базовых реологических моделей, соответствующих линейно вязкоупругому поведению материала. При этом критериями, на основе которых производится выбор модели, является количественное соответствие математического описания реологических свойств сырья результатам экспериментов при различных условиях нагружения материала, а также соответствие модели физическому смыслу протекающих процессов.

## Базовые реологические модели вязкоупругого поведения материала

Известные реологические модели, описывающие вязкоупругие свойства материалов, состоят из абстрактных элементов двух типов: упругого, или Гуковского, и вязкого, или ньютоновского [5]. В простейшем случае упругий элемент моделируется пружиной, а вязкий представляется в виде жидкостного демпфера. Такие модели представляют собой различные комбинации упругих и вязких элементов.

Сравнительный анализ соответствия известных моделей экспериментальным данным целесообразно выполнить в следующем порядке. Первоначально следует отобрать модели, начиная с простейших видов, которые качественно описывают экспериментально найденные зависимости. Качественное совпадение возможно установить по наличию или отсутствию мгновенной деформации [10].

Далее необходимо определить виды дифференциальных уравнений моделей при трех различных условиях, соответствующих условиям проведения экспериментов. Следует найти решения

дифференциальных уравнений и определить произвольные постоянные, число которых равно порядку дифференциального уравнения.

После этого определяется количественное расхождение между полученными решениями и экспериментальными данными. Если совпадение признается удовлетворительным, происходит обоснованный выбор реологической модели.

Предварительный отбор вязкоупругих моделей возможно осуществить, если учесть, что вязкий элемент, представленный в виде жидкостного демпфера, не предусматривает мгновенной деформации.

Авторами проведено экспериментальное исследование кинетики деформации балтийской салаки, добытой кошельковым ловом [11]. Испытывалась свежая рыба прибрежного лова при температуре окружающей среды  $t_{\text{окр}} = (5 \div 7)^\circ\text{C}$ , времени выдержки  $t_b = (3 \div 8)$  ч, угле прогиба тушки  $\varphi = (48 \div 80)^\circ$ . Как показывают эксперименты, при нагружении мышечной ткани рыбы с постоянным напряжением наблюдается условно-мгновенная деформация и прямая ползучесть, а после полной разгрузки происходит условно-мгновенная восстановительная деформация и обратная ползучесть с затухающей скоростью. В связи с этим, исключены из рассмотрения модели, не предусматривающие мгновенной упругой деформации.

Таким образом, необходимо выполнить сравнительный анализ и сопоставление с экспериментальными результатами следующих базовых реологических моделей, предусматривающих мгновенную упругую деформацию материала: двухэлементной модели Максвелла, трехэлементной модели Максвелла–Томсона (она же модель стандартного вязкоупругого тела), четырехэлементной модели Бюргерса. Дополнительно рассмотрена двухэлементная модель Кельвина–Фойгта для сравнительного анализа процесса ползучести.

### Результаты работы

Для анализа соответствия вышеуказанных четырех реологических моделей реальным структурно-механическим свойствам рыбы требуется сопоставление решений дифференциальных уравнений с соответствующими экспериментальными результатами, полученными при следующих условиях: при деформировании с постоянной нагрузкой, при постоянной деформации и релаксации напряжений, при полной разгрузке материала и восстановительной деформации.

В работе [11] приведен краткий обзор реометрических приборов, используемых для изучения структурно-механических свойств пищевых продуктов. Авторами проведены экспериментальные исследования реологических свойств балтийской салаки. Исследования выполнены на свежей рыбе, время выдержки которой после вылова составляло от 3 до 8 ч. Установлена зависимость угла прогиба балтийской салаки от продолжительности ее хранения с момента вылова  $\tau$  и температурных условий окружающей среды  $t_{\text{окр}}$ . Эксперименты проведены с использованием прибора для определения угла прогиба, конструкция которого и методика измерения соответствуют работе [12]. Результаты экспериментального исследования приведены в работе [11] в виде функции  $\varphi_{\text{пр}}(t, t_{\text{окр}})$ , причем каждая точка получена путем осреднения значений  $\varphi_{\text{пр}}$  для партии рыбы, объем которой составлял  $N \geq 25$  [11, рисунок 1].

Для определения кинетики деформации мышечной ткани рыбы в период ее посмертных изменений авторами применялся прибор, масса подвижной части которого составляла 0,1 кг. С его помощью сняты кривые изменения деформации в теле балтийской салаки под действием постоянной силы. Форма и геометрические размеры рабочего органа (индентора) прибора, а также место на поверхности рыбы, в котором выполнялось силовое воздействие рабочим органом на мышечную ткань, определены с использованием морфометрических зависимостей внутривидового подобию рыб по методике, описанной в работе [11].

Устройство состоит из корпуса, кюветы для рыбы, подвижного штока с грузовой платформой и индикатором, а также наконечника – индентора. При этом грузовая платформа соединена с индентором посредством штока. Шток соединен с индикатором и закреплен на корпусе с возможностью перемещения и фиксации. Кювета закреплена на корпусе устройства, выполнена из прозрачного материала и снабжена миллиметровой шкалой, нанесенной на переднюю стенку. Тушка рыбы укладывалась в кювету прибора, после чего по миллиметровой шкале кюветы фиксировалась начальная толщина тушки. Шток, соединенный с индикатором, вводился

в соприкосновение с поверхностью рыбы и фиксировался, при этом показания индикатора устанавливались в нулевое положение. Груз заданного веса укладывался на грузовую платформу, после чего шток освобождался от фиксации. Индентор погружался в мышечную ткань рыбы, при этом время погружения фиксировалось секундомером от 0 до 120 с через каждые 15 с. Положение штока отмечалось по показаниям индикатора. По истечении 120 с груз снимался и по шкале кюветы через каждые 15 с определялась величина восстановительной деформации тушки рыбы. Результаты исследования кинетики относительной деформации балтийской салаки приведены на рисунке 3 в [11] с указанием соответствующих углов прогиба и периодов выдержки сырья после вылова.

Наряду с экспериментальными исследованиями реологических свойств балтийской салаки [11], в Калининградском государственном техническом университете на кафедре пищевых и холодильных машин проведены испытания механического поведения четырех видов океанических промысловых рыб (ставриды, скумбрии, сардинеллы атлантической, сельди атлантической) с использованием автоматизированного реометрического оборудования [12]. Исследования выполнялись на рыбе, добытой траловым ловом и замороженной на промысле, а затем дефростированной перед проведением экспериментов. Время хранения на промысле в замороженном виде составляло (3 ÷ 4) месяца, температура окружающей среды при испытаниях  $t_{окр} = (5 \div 7)^\circ\text{C}$ , время выдержки после воздушной дефростации  $t_b = (3 \div 5)$  ч. Кинетика деформации и напряжения изучалась при различных внешних условиях: деформация при постоянном напряжении (испытания на прямую ползучесть), релаксация напряжений при постоянной деформации (испытания на релаксацию) и восстановительная деформация при полном снятии нагрузки (испытания на обратную ползучесть).

Регрессионный анализ соответствия аналитических уравнений экспериментальным результатам выполнен методом наименьших квадратов, на основе которого определены постоянные коэффициенты в уравнениях и построены расчетные линии. Результаты математического моделирования, а также результаты испытаний для двух видов рыб показаны на рисунках 1–6. Точкам соответствуют экспериментальные данные. Линии – результаты расчетов: 1 – модель Максвелла–Томсона; 2 – модель Максвелла; 3 – модель Кельвина–Фойгта; 4 – модель Бюргерса.

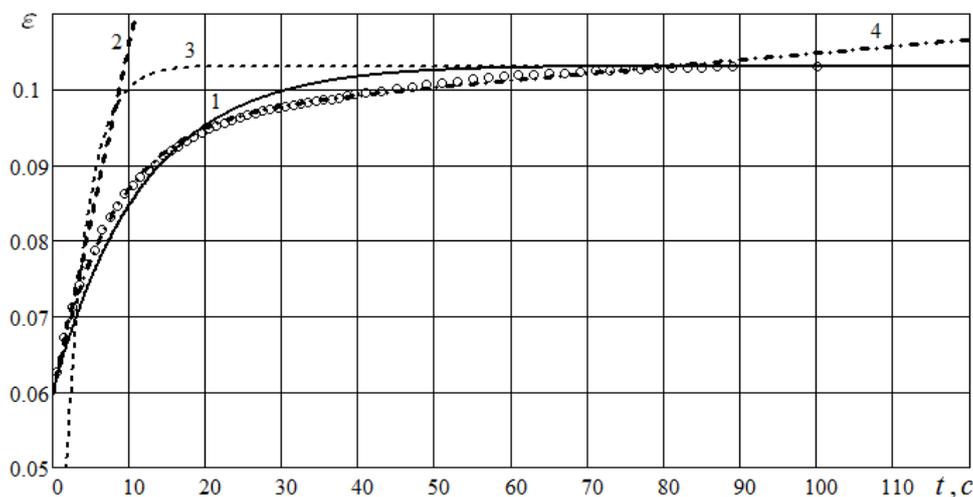


Рисунок 1 – Кинетика относительной деформации ставриды при постоянном напряжении  $\sigma = 0,065 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$

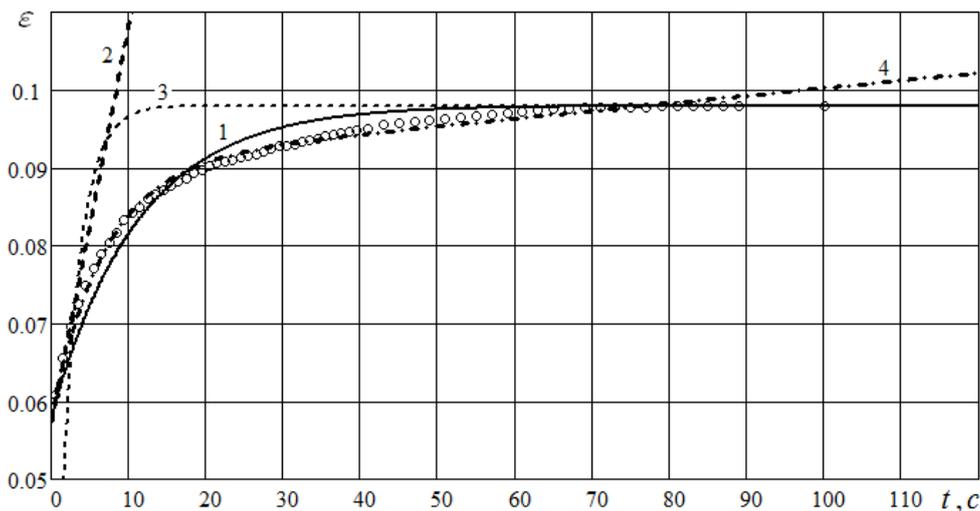


Рисунок 2 – Кинетика относительной деформации скумбрии при постоянном напряжении  $\sigma = 0,065 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$

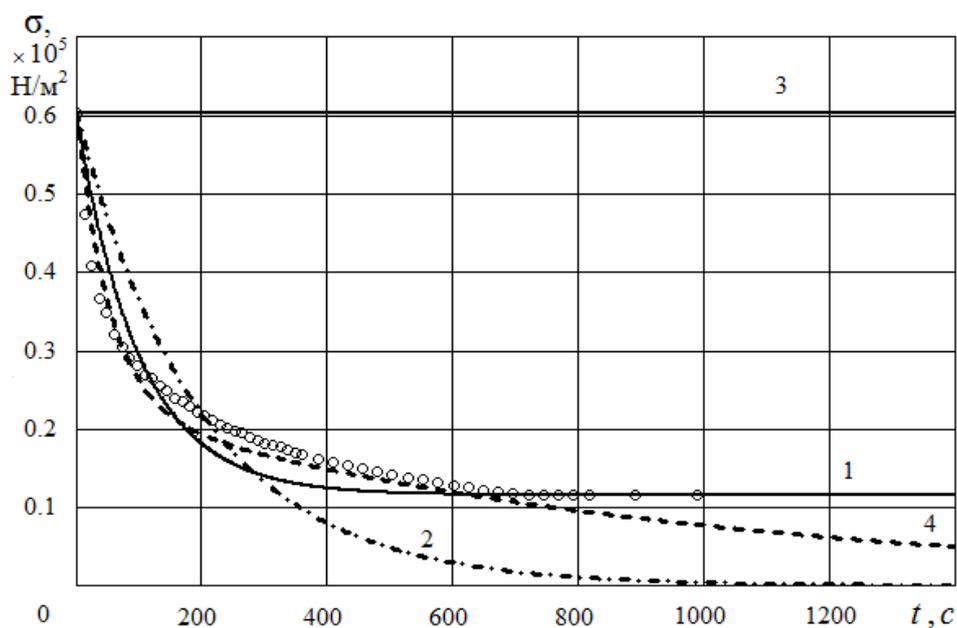


Рисунок 3 – Кинетика релаксации напряжений в мышечной ткани ставриды при постоянной деформации ( $\sigma_0 = 0,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ )

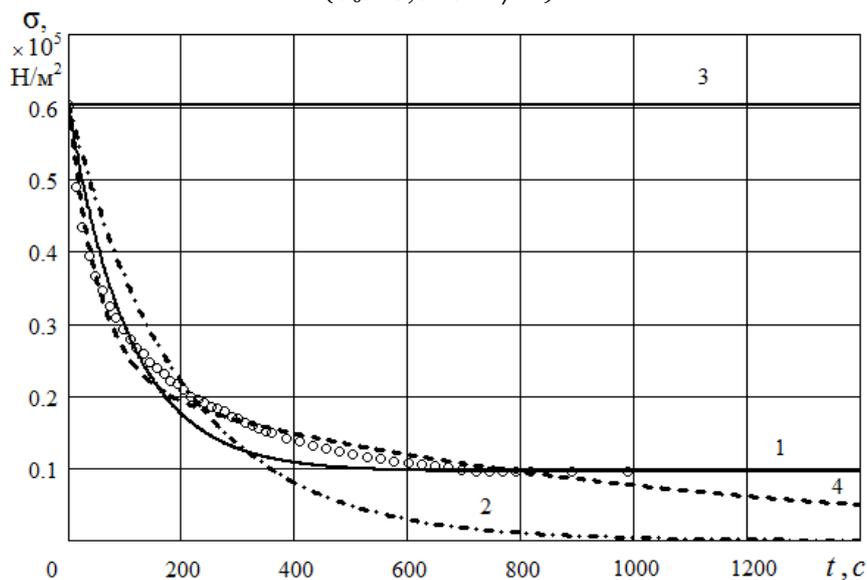


Рисунок 4 – Кинетика релаксации напряжений в мышечной ткани скумбрии при постоянной деформации ( $\sigma_0 = 0,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ )

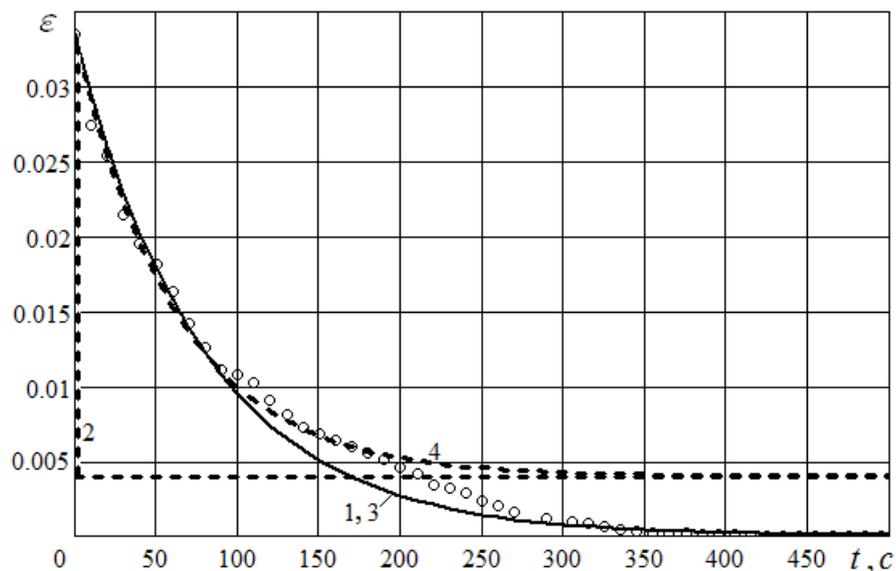


Рисунок 5 – Кинетика восстановительной деформации скумбрии при полной разгрузке ( $\sigma = 0,065 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ )

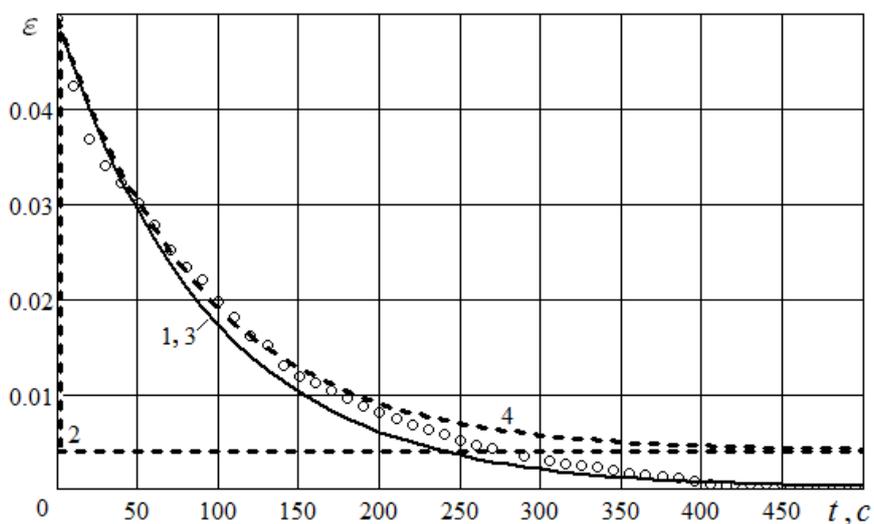


Рисунок 6 – Кинетика восстановительной деформации сардинеллы атлантической при полной разгрузке ( $\sigma = 0,065 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ )

### Обсуждение результатов

Рисунки 1–2 показывают, что результаты расчетов по модели Максвелла согласуются с экспериментальными данными лишь на начальном участке графиков. В момент приложения нагрузки в такой модели возникает мгновенная упругая деформация, а затем постепенно развивается вязкое течение. Как указывалось выше, модель Кельвина–Фойгта не проявляет мгновенной упругой деформации, поэтому расчетные линии по ней соответствуют данным, полученным на образцах рыб, лишь на конечном участке графика. Модель Максвелла–Томсона хорошо соответствует экспериментальным результатам с индексами детерминации  $R^2 = 0,966$  для ставриды,  $R^2 = 0,952$  для скумбрии.

Модель Бюргера на начальном и среднем участке более точно описывает экспериментальные зависимости с индексами детерминации  $R^2 = 0,998$  для ставриды;  $R^2 = 0,993$  для скумбрии. Однако для указанной модели соответствие имеется лишь в ограниченной области, поскольку на конечном участке графика теоретические значения существенно расходятся с результатами испытаний.

Расхождение расчетных данных по моделям Максвелла и Бюргера с экспериментальными результатами объясняется наличием в них изолированных демпферов, обуславливающих бесконечное течение материала под постоянной нагрузкой. Вместе с тем, относительная деформация мышечной ткани образцов рыбы со временем достигает предела, поскольку вязкоупругие силы сопротивления материала уравнивают нагрузку, что описывается моделью Максвелла–Томсона при вышеуказанном значении напряжения. Как показывают

эксперименты, материал при испытаниях не демонстрирует бесконечное течение при сжатии с малыми и средними напряжениями. Однако при нагружении с высокими напряжениями на контакте проявляется существенное течение материала, которое, однако, быстро завершается разрушением его структуры. Отметим, что при различных постоянных напряжениях равновесное состояние наступает в различные моменты времени.

Рисунки 3–4 демонстрируют, что в экспериментальных образцах рыб при постоянной деформации происходит развивающийся во времени процесс релаксации напряжений. Резкое снижение напряжения наблюдается вначале, когда процесс проходит с большой скоростью, после чего происходит постепенное затухание скорости релаксации. Мышечная ткань рыбы релаксирует от начального напряжения в течение определенного времени до конечного напряжения, значение которого является по Ф.Н. Шведову пределом текучести [13].

В модели Кельвина–Фойгта указанный процесс не проявляется в связи с отсутствием изолированного демпфера. В моделях Максвелла и Бюргерса напряжение релаксирует от одного и того же начального значения до нуля. Причиной этого, как и в условиях предыдущего испытания, являются изолированные демпферы, обуславливающие необратимое рассеивание запасенной в материале вязкоупругой энергии путем ее перехода в тепло. Таким образом, модели Максвелла и Бюргерса описывают преобладающие пластические свойства мышечной ткани рыбы, что не соответствует экспериментальным данным. Одновременно, модель Максвелла–Томсона релаксирует до конечного напряжения и имеет предел текучести, что хорошо соответствует результатам экспериментов с индексами детерминации  $R^2 = 0,903$  для ставриды;  $R^2 = 0,915$  для скумбрии. При некотором начальном напряжении и постоянной деформации рыба из неравновесного напряженного состояния переходит практически в равновесное, установившееся, а процесс релаксации прекращается.

Модель Бюргерса на начальном и среднем участке графиков более точно описывает экспериментальные зависимости с индексами детерминации  $R^2 = 0,952$  для ставриды;  $R^2 = 0,979$  для скумбрии. Однако столь хорошее соответствие указанной модели в этом виде испытаний имеется лишь в ограниченной области, поскольку на конечном участке графика теоретические значения существенно расходятся с результатами испытаний. Несмотря на более точное соответствие модели Бюргерса результатам экспериментов в ограниченной области значений времени, она не описывает наблюдаемое достижение равновесного состояния материала и предусматривает полную диссипацию вязкоупругой энергии материала в тепловой вид.

Из рисунках 5–6 видно, что при полной разгрузке мышечной ткани экспериментальных образцов рыб развивается процесс восстановительной деформации. Вначале происходит условно-мгновенная упругая деформация материала, после чего протекает процесс высокоэластического восстановления. Резкое увеличение высокоэластической деформации наблюдается вначале, когда процесс проходит с большой скоростью, после чего полное восстановление протекает с постепенно затухающей скоростью. Расчетные данные по модели Максвелла не соответствуют результатам испытаний. Это объясняется тем, что в указанной модели элемент Гука мгновенно возвращается в состояние равновесия, а изолированный демпфер после деформирования не восстанавливается.

Расчетные данные по модели Бюргерса хорошо соответствуют экспериментальным значениям на начальных участках графиков, однако, существенно расходятся с ними на конечных. Указанная модель проявляет существенную остаточную деформацию с некоторым равновесным значением, что обусловлено диссипацией вязкоупругой энергии в изолированном демпфере во время предшествующего нагружения материала. Индексы детерминации при этом составляют  $R^2 = 0,902$  для скумбрии;  $R^2 = 0,896$  для сардинеллы атлантической.

Модели Кельвина–Фойгта и Максвелла–Томсона изолированных демпферов не содержат, в связи с чем, хорошо согласуются с результатами экспериментов. Индексы детерминации при этом составляют  $R^2 = 0,925$  для скумбрии;  $R^2 = 0,931$  для сардинеллы атлантической. При более высоком значении постоянного напряжения ( $\sigma = 0,6 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>) деформация мышечной ткани при испытаниях существенно возрастает, но также практически полностью исчезает в течение более длительного времени [11]. Заметим, что согласно аналитическим уравнениям, полное восстановление материала происходит при  $t \rightarrow \infty$ . В случае, если полной разгрузке материала предшествовал процесс релаксации напряжений,

восстановительная деформация частично переходит в вязкопластическую форму, в результате чего проявляется остаточная деформация.

Таким образом, из вышеизложенного следует вывод, что мышечная ткань рыбы до разрушения проявляет ограниченное течение под нагрузкой, релаксирует при постоянной нагрузке до равновесного состояния, полностью восстанавливается при снятии нагрузки, следовательно, результатам трех видов проведенных экспериментальных испытаний наиболее адекватна реологическая модель Максвелла–Томсона. Известное дифференциальное уравнение указанной модели выглядит следующим образом

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{E_0 + E_1}{\eta} \cdot \sigma = \frac{d\varepsilon}{dt} \cdot E_0 + \frac{E_0 E_1}{\eta} \cdot \varepsilon,$$

где  $\sigma$  – напряжение в материале;

$\varepsilon$  – относительная деформация материала;

$E_0$  – мгновенный модуль упругости материала;

$E_1$  – запаздывающий модуль упругости материала;

$\eta$  – коэффициент динамической вязкости материала;

$t$  – время.

Выражение содержит три реологических параметра, величины которых предположительно имеют существенное значение для процесса резания рыбы. Это обусловлено тем, что они содержат информацию о сложных физико-механических свойствах рыбы, которые не являются постоянными и зависят от времени выдержки сырья после вылова, температуры сырья, стадии развития микробиологических процессов и т.д. Возможно предположить, что указанные параметры существенно влияют на силы сопротивления и диссипацию вязкоупругой энергии, обусловленную релаксацией напряжений в материале, что связано с энергетическими затратами в процессе резания рыбы.

### Заключение

Результаты работы подтверждают, что реологические свойства дефростированной рыбы имеют сложный нелинейный характер, обусловленный неоднородным строением материала. Сырье проявляет прямую ползучесть с условно-мгновенной и высокоэластической деформацией, релаксацию напряжений, обратную ползучесть при снятии нагрузки. Кинетика деформации мышечной ткани рыбы существенно зависит от сжимающего напряжения. При малых и средних напряжениях ниже предела вязкоупругости деформация после нагружения с постоянным напряжением является полностью обратимой. При высоких напряжениях кроме высокоэластической деформации наблюдается пластическая деформация с возрастанием течения, быстрым достижением максимального напряжения и разрушением структуры материала (раздавливанием). При полной разгрузке мышечной ткани рыбы после протекания процесса релаксации имеет место остаточная деформация. Отметим, что вышеуказанные явления также существенно зависят от времени выдержки сырья после вылова и температуры сырья.

Физико-механические характеристики такого сложного и неоднородного материала как мышечная ткань рыбы невозможно однозначно описать одной реологической моделью. Допустимость применения реологической модели Максвелла–Томсона для приближенного описания структурно-механических свойств рыбы обоснована достаточным соответствием расчетных линий и экспериментальных точек, описывающих относительную деформацию и напряжение при различных условиях. Параметры реологической модели, предположительно, существенно влияют на силы сопротивления резанию. Направлением дальнейших исследований является математическое моделирование процесса резания рыбы в квазистатическом представлении [14, 15] с использованием обоснованно выбранного математического описания реологических свойств материала.

### Литература

1. Пеленко В.В., Кузьмин В.В. Оптимизация формы режущей кромки лезвия ножа для волчка при измельчении охлажденного или дефростированного мясного сырья // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2009. № 1. С. 95–96.

2. Пеленко В.В., Арет В.А., Ольшевский Р.Г., Зуев Н.А., Кайка А. Х., Тарабановский Ф. Б., Бобров С. В. Разработка математической модели процесса измельчения мясного сырья в волчках // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 3(17).
3. Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Азаев Р.А., Кузьмин В.В. Фундаментальные особенности процесса резания пищевых продуктов лезвийным инструментом // Процессы и аппараты пищевых производств. 2008. № 1(5).
4. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на боковые грани ножа при резании пищевых материалов // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2017. № 4. С. 27-42.
5. Арет В.А., Николаев Б.Л., Николаев Л.К. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции. Санкт-Петербург: ГИОРД, 2009. 448 с.
6. Malkin Ya.A., Isayev A.I. *Rheology: conception, methods, and applications*. Toronto, ChemTec Publishing, 2012, 510 p.
7. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.
8. Косой В.Д., Виноградов Я.И., Мальшев А.Д. Инженерная реология биотехнологических сред. СПб.: ГИОРД, 2005. 648 с.
9. Вольф Т.Т. Математическое описание реологических характеристик продуктов при механизированных процессах измельчения мяса говядины // Ползуновский вестник. 2011. № 2/1. С. 214–218.
10. Popov V.L. *Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2017. 391 p.
11. Агеев О.В., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Выбор и идентификация реологической модели структурно-механических свойств мышечной ткани рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета. 2018. № 49. С. 75–91.
12. Уманцев А.З. Физико-механические характеристики рыб. Москва: Пищевая промышленность, 1980. 152 с.
13. Арет В.А., Николаев Б.Л., Забровский Г.П., Николаев Л.К. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов. СПб.: Изд-во СПб гос. ун-та низкотемпературных и пищевых технол. 2006. 435 с.
14. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на наклонные грани ножа при резании рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета. 2017. № 47. С. 80–96.
15. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А. Математическое моделирование процесса восстановительной деформации материала и образования присоединенной каверны при резании рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета. 2018. № 48. С. 61–78.

### References

1. Pelenko V.V., Kuz'min V.V. Optimizatsiya formy rezhushchei kromki lezviya nozha dlya volchka pri izmel'chenii okhlazhdennogo ili defrostirovannogo myasnogo syr'ya [Optimization of form of cutting edges of edge of knife for top at crushing of cooled of defrosted meat raw material]. *News of higher education institutions. Food technology*. 2009, no. 1, pp. 95–96.
2. Pelenko V.V., Aret V. A., Ol'shevskij R.G., Zuev N.A., Kajka A.H., Tarabanovskij F.B., Bobrov S.V. Razrabotka matematicheskoi modeli protsessa izmel'cheniya myasnogo syr'ya v volchkakh [Development of the mathematical model of the chopping process of meat raw materials in the top]. *Processes and Food Production Equipment*. 2013, no. 3(17).
3. Pelenko V.V., Zuev N.A., Ol'shevskii R.G., Azaev R.A., Kuz'min V.V. Fundamental'nye osobennosti protsessa rezaniya pishchevykh produktov lezviinym instrumentom [Fundamental features of process of cutting food products by blade tool]. *Processes and Food Production Equipment*. 2008, no. 1(5).
4. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davleniya na bokovye grani nozha pri rezanii pishchevyh materialov [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure on side knife edges during cutting of food materials]. *Processes and Food Production Equipment*. 2017, no. 4(34), pp. 27–42.
5. Aret V.A., Nikolaev B.L., Nikolaev L.K. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva syr'ya i gotovoj produktsii* [Physical and mechanical properties of raw materials and finished products]. St. Petersburg, GIOR Publ., 2009. 448 p.
6. Malkin Ya.A., Isayev A.I. *Rheology: conception, methods, and applications*. Toronto, ChemTec Publishing, 2012, 510 p.
7. Goriacheva I.G. *Mehanika frikcionnogo vzaimodejstviya* [Mechanics of frictional interaction]. Moscow, Nauka Publ., 2001. 478 p.
8. Kosoi V.D., Vinogradov Ya.I., Malyshev A.D. *Inzhenernaya reologiya biotekhnologicheskikh sred* [Engineering rheology of biotechnological environments]. St. Petersburg, GIOR Publ., 2005. 648 p.

9. Volf T.T. Matematicheskoe opisanie reologicheskikh harakteristik produktov pri mehanizirovannykh processah izmel'cheniya mjasa govjadiny [Mathematical description of rheological characteristics of products in mechanized processes of grinding beef meat]. *Polzunovskiy Herald*. 2011, no. 2/1, pp. 214–218.
10. Popov V.L. *Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2017, 391 p.
11. Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., Samoiloa N.V. Vybor i identifikatsiya reologicheskoy modeli strukturno-mekhanicheskikh svoystv myshechnoy tkani ryby [Selection and identification of rheological model of structural-mechanical properties of muscular fish tissue]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2018, no. 49, pp. 75–91.
12. Umantsev A.Z. *Fiziko-mekhanicheskie harakteristiki ryb* [Physico-mechanical characteristics of fish]. Moscow, Food Industry Publ., 1980. 152 p.
13. Aret V.A., Nikolaev B.L., Zabrovskii G.P., Nikolaev L.K. *Reologicheskie osnovy rascheta oborudovaniya proizvodstva zhirosoderzhashchikh pishchevykh produktov* [Rheological basis for calculating of equipment for the production of fat-containing foods]. St. Petersburg, University of Low-Temp. and Food Tech. Publ., 2006. 435 p.
14. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samoiloa N.V. Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davleniya na naklonnyye grani nozha pri rezanii ryby [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure of inclined knife edges during fish processing]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2017, no. 47, pp. 80–96.
15. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Matematicheskoe modelirovanie protsessa vosstanovitel'noj deformatsii materiala i obrazovaniya prisoedinennoj kaverny pri rezanii ryby [Mathematical simulation of the material strain recovery process and attached cavity formation while cutting the fish]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2018, no. 48, pp. 61–78.

Статья поступила в редакцию 20.07.2018