

## Оптимизация технологического потока многоассортиментного производства хлебных изделий

Косачев В.С., Кошевой Е.П., Сергеев А.А., ep-koshevoi@mail.ru

Кубанский государственный технологический университет

*В работе дается оценка оптимального расписания производства многоассортиментных хлебных изделий конвейерным производством на группе машин. Сформулирован ряд критериев оптимальности. Для решения задачи применен алгоритм вращения.*

Ключевые слова: технологический поток, многоассортиментное производство, оптимальное расписание

Решение задач упорядочения большой размерности для технологического потока [1] и гибких производств [2] может осуществляться путем сведения их к более простым задачам с использованием определенных условий и допущений. Наиболее часто задачи упорядочения встречаются при календарном планировании работы цехов и предприятий. В теории расписаний [3,4] рассматривается большое число модельных задач оптимального планирования простого процесса обслуживания. Их формальные постановки и численные методы решения определяются выбором критерия оптимальности и показателями процесса обслуживания. В работе предлагается метод многокритериальной оптимизации задачи краткосрочного планировании работы хлебозавода на примере реального хронометража, данные по которому представлены ниже (Таблица 1).

Возможное изменение длительности расписаний на последовательном множестве машин, если все длительности обработок равны, может быть вычислено по формуле:

$$T(n, m) = t \cdot n + (n-1) \cdot t \quad (1)$$

где  $t$  - время выполнения одной работы (размах отсутствует);  $n$  - количество обрабатываемых материалов;  $m$  - число стадий обработки. При подстановке обработки минимальной и максимальной длительностей работ из матрицы расписания получаем соответственно  $\sup T$  и  $\inf T$  на основе этих показателей:

$$\sup T(n, m) = \max t_{ij} \cdot n + (m-1) \cdot \max t_{ij} \quad (2)$$

$$\inf T(n, m) = \min t_{ij} \cdot n + (m-1) \cdot \min t_{ij} \quad (3)$$

Таблица 1 Длительности производственных стадий

Стадии обработки	время	Материалы				
		Круассаны	Русская коса 0,35 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	Перелечи 0,13 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг
Завес сырья	мин	4	3	6	10	7
Замес теста	мин	25	25	25	15	20
Приготовление начинки	мин	0	15	18	0	0
Разделка теста на куски	мин	2	2	2	2	2
Отлежка теста	мин	5	5	10-15	10	5
Слоение теста	мин	13	0	0	0	0
Разделка на линии	мин	25	15	20	30	15
Укладка	мин	17	8	15	27	8
Расстойка	мин	90	70	80	90	100
Выпечка	мин	17	25	20-21	17	20
Остывание продукции	мин	12	0	120	90	120
Начинение продукции	мин	30	0	0	0	0
Упаковка продукции	мин	28	20	19	30	20
количество обрабатываемых материалов	n	5	минимум	2	$\inf T(n,m)$	490
число стадий обработки	m	13	максимум	120	$\sup T(n,m)$	204

Формулы ( 2 ) и ( 3 ) использовали без учета нулевых значений в представленной таблице, так как в этом случае данная стадия отсутствует. Как видно из представленных данных (Таблица 1) размах длительностей стадий весьма значителен (от 490 до 2040), поэтому дальнейший анализ

проводили по данным универсума всех возможных вариантов расписаний для данных представленной выше таблицы. Для задачи множества машин удобно использовать вариант полного перебора, который порождает перестановки циклическим сдвигом, известный также как алгоритм вращения. Естественный способ перечисления перестановок циклическим сдвигом состоит в том, что, начав с некоторой произвольной перестановки, последовательно сдвигать по циклу на одно место влево все  $m$  работ партии. При каждом сдвиге 1-я работа текущей перестановки перемещается на последнее место без изменения взаимного расположения остальных, образуя новую перестановку. Такая организация циклического сдвига называется вращением. Вращение всех работ нужно продолжать, пока оно порождает новые перестановки, не встречавшиеся ранее. Перестановка считается оригинальной, когда после сдвига позиция последнего вращаемой части не равна его позиции в исходной перестановке. Если в результате очередного вращения получается ранее порожденная перестановка, нужно исследовать возможность построить оригинальную перестановку, применяя процедуру локального вращения последовательно для  $k = m-1, m-2, \dots, 2$  начальных работ при фиксированном положении остальных  $n-k$  хвостовых работ партии. Если локальное вращение первых  $1 < k < m$  работ порождает оригинальную перестановку, следует продолжить вращение циклическим сдвигом всех  $m$  работ партии. В противном случае ( $k = 1$ ), перебор считается завершенным, т.к. перечислены все  $m!$  перестановок. Для каждой оригинальной перестановки, порождаемой рассмотренным алгоритмом вращения, определяется продолжительность соответствующего расписания процесса обслуживания. Сравнительная оценка длительности работ позволяет отобрать в качестве оптимальных вариантов все перестановки с минимальной продолжительностью процесса обслуживания. В рассматриваемом случае мощность универсума перестановок равна 120 вариантам. Поэтому для оценки этих вариантов использовали матричную функцию  $W(D)$ , позволяющая произвести расчет параметров перестановки

непосредственно, не используя графического построения или программирования. В этом случае элементы матрицы завершения работ ( $w_{i,j}$ ) могут быть рассчитаны по формуле:

$$w_{i,j} = \lceil \Phi(x) - \Phi(x-1) \rceil \cdot \sum_{k=0}^j \lceil \Phi(x-1) \rceil + \lceil \Phi(x-1) \rceil \cdot \left\{ d_{\lceil \Phi(x) \rceil, j} + \sum_{k=0}^j \lceil \Phi(x-2) \rceil, k \right\} \quad (4)$$

где  $w_{i,j}$  - время завершения  $i$ -й операции ( $i=0,1$ )  $j$ -й партии сырья ( $j=0,1,\dots,n$ );  $\Phi(x)$  - ступенчатая функция Хэвисайда;  $d_{i,j}$  - длительность  $i$ -й операции ( $i=0,1$ )  $j$ -й партии сырья ( $j=0,1,\dots,n$ ); Функция потолок  $\lceil x \rceil$  определяется как наименьшее целое, большее или равное  $x$ . В результате использования формулы (4) было установлено, что существует шесть наилучших (757 минут) по длительности выполнения работ вариантов упорядочивания (Таблица 2).

**Таблица 2 Экстремальные варианты перестановок**

№	П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>	П <sub>4</sub>	П <sub>5</sub>
	Лучшие				
42	Русская коса 0,35 кг	Круассаны	Перепечи 0,13 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг
43	Русская коса 0,35 кг	Перепечи 0,13 кг	Круассаны	б-н «Радужный» 0,25 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг
44	Русская коса 0,35 кг	Перепечи 0,13 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Круассаны	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг
77	Русская коса 0,35 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Перепечи 0,13 кг	Круассаны	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг
78	Русская коса 0,35 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Круассаны	Перепечи 0,13 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг
79	Русская коса 0,35 кг	Круассаны	б-н «Радужный» 0,25 кг	Перепечи 0,13 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг

Номера вариантов соответствуют циклическому вращению, в котором первая перестановка представлена в исходной таблице длительностей. Учитывая, что в отличие от алгоритмов направленного поиска полный циклический перебор дает возможность проведения субоптимизации (несколько наилучших вариантов по длительности) для анализа

подмножества можно использовать дополнительный критерий простоев. Пусть для выполнения одновременно поступает множество  $N=\{1, 2, \dots, n\}$  работ. Продолжительность выполнения каждой работы на машине известна, и обозначим ее через  $t_i, i \in N$ . Задача субоптимизации состоит в том, чтобы определить такой порядок выполнения работ, при котором некоторый заданный критерий эффективности будет принимать оптимальное значение. Критерий завершения всех работ не эффективен, так как в рассматриваемом подмножестве перестановок он не зависит от перестановки перерабатываемых партий сырья (Таблица 2). Метод решения задачи существенно зависит от критерия эффективности. Прежде чем сформулировать различные критерии эффективности, которые используются для оценки качества расписаний, введем следующие обозначения, необходимые в дальнейшем:  $t'_i$  — время начала выполнения работы  $i \in N$ ;  $t''_i$  — время окончания выполнения работы  $i \in N$ ;  $d_i$  — директивное время, в течение которого должно быть завершено выполнение работы  $i \in N$ ;  $\alpha_i$  — штраф за ожидание работы  $i$  в единицу времени (или некоторая стоимость, связанная с выполняемой работой) до момента начала ее обработки  $i \in N$ ;  $\beta_i$  — стоимость выполнения работы  $i, i \in N$ .

Время начала и окончания выполнения работ связано следующей зависимостью:

$$t''_i = t'_i + t_i \quad (5)$$

Здесь и в дальнейшем предполагается, что перерывы в выполнении работ не допускаются. Это значит, что если машина приступила к выполнению некоторой работы, то она продолжает выполнять ее до тех пор, пока не закончит. Время  $T$ , необходимое для выполнения всех работ множества  $N$ , не зависит от порядка выполнения работ и равно сумме времен выполнения всех работ:

$$T = \sum_{i \in N} t_i \quad (6)$$

Учитывая принятые обозначения, можно записать, что задержка  $z_i$  (превышение директивного срока пребывания в системе) работы  $i$  составит:

$$z_i = \max_{i \in N} \{t_i'' - d_i\}, i \in N \quad (7)$$

Таким образом, критерий эффективности, определяющий величину суммарных издержек, связанных с опозданием в выполнении работ к заданным срокам, будет иметь вид

$$\Phi_1 = \sum_{i \in N} \alpha_i \cdot z_i \quad (8)$$

Критерий, позволяющий вычислять максимальный штраф, связанный также с опозданием в выполнении работ, имеет вид

$$\Phi_2 = \max_{i \in N} \alpha_i \cdot z_i \quad (9)$$

Этот критерий приводит к построению такого расписания, в котором издержки, связанные с опозданием в выполнении работ, распределены наиболее равномерно. При решении различных задач критерии (8) и (9), как правило, требуется обратить в минимум. Часто встречается критерий

$$\Phi_3 = \sum_{i \in N} \alpha_i \cdot t_i' \quad (10)$$

представляющий сумму штрафов, связанных с ожиданием работ в системе, которую необходимо минимизировать.

Рассмотрим задачу минимизации суммы связанных средств на производственном участке. Стоимость, связанная с выполняемой работой, после ее выполнения будет равна  $\gamma_i = \alpha_i + \beta_i$ . Время, в течение которого выполненная работа  $i$  будет находиться на участке, ожидая окончания выполнения всех работ, составит  $T - t_i''$ . Общее количество связанных денежных средств

$$F = \sum_{i \in N} \gamma_i \cdot (T - t_i'') \quad (11)$$

Подставляя в (11) выражение завершения работ (5), раскрывая скобки и вынося неиндексированные переменные за знак суммы имеем:

$$F = T \cdot \sum_{i \in N} \gamma_i - \sum_{i \in N} \gamma_i \cdot t_i + \sum_{i \in N} \gamma_i \cdot t_i \quad (12)$$

Так как первое и последнее слагаемое ( 12 ) постоянны и не зависят от порядка выполнения работ, на основании выражения ( 12 ) может быть записан критерий

$$\Phi_4 = \sum_{i \in N} \gamma_i t_i \quad (13)$$

который можно использовать для минимизации суммы связанных средств. Нетрудно заметить аналогию между критериями ( 10 ) и ( 13 ) поэтому правило, минимизирующее  $\Phi_3$ , можно использовать и для построения расписания, оптимального по критерию  $\Phi_4$ . Учитывая важность фактора времени в хлебобулочном производстве наиболее важны критерии  $\Phi_3$ ,  $\Phi_4$ . Если стоимость, связанная с выполняемой работой, после ее выполнения будет равна  $\gamma_i=1$ , то эти критерии можно определить как межмашинные ( $\Phi_3$ ) и межоперационные ( $\Phi_4$ ) простои в работе конвейера (Таблица 3).

**Таблица 3 Межоперационные и межмашинные простои наилучших вариантов перестановок**

№	X1	X2	X3	X4	X5	$\Phi_3$	$\Phi_4$
44	Русская коса 0,35 кг	Перепечи 0,13 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Круассаны	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	950	1392
43	Русская коса 0,35 кг	Перепечи 0,13 кг	Круассаны	б-н «Радужный» 0,25 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	953	1392
77	Русская коса 0,35 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Перепечи 0,13 кг	Круассаны	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	983	1392
42	Русская коса 0,35 кг	Круассаны	Перепечи 0,13 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	989	1392
79	Русская коса 0,35 кг	Круассаны	б-н «Радужный» 0,25 кг	Перепечи 0,13 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	1022	1399
78	Русская коса 0,35 кг	б-н «Радужный» 0,25 кг	Круассаны	Перепечи 0,13 кг	Сдоба «Дуэт» 0,3 кг	1019	1409

Как видно из представленных данных (Таблица 3) наилучшим вариантом является № 44, в котором эти критерии достигают минимума. Таким образом, в результате дополнительной оптимизации лучших по минимальной длительности перестановок был установлен вариант (№ 44) в

котором эти критерии достигают оптимальных значений. Ниже представлены продуктовые диаграммы Ганта для этого варианта расписаний (Рис. 1...5).

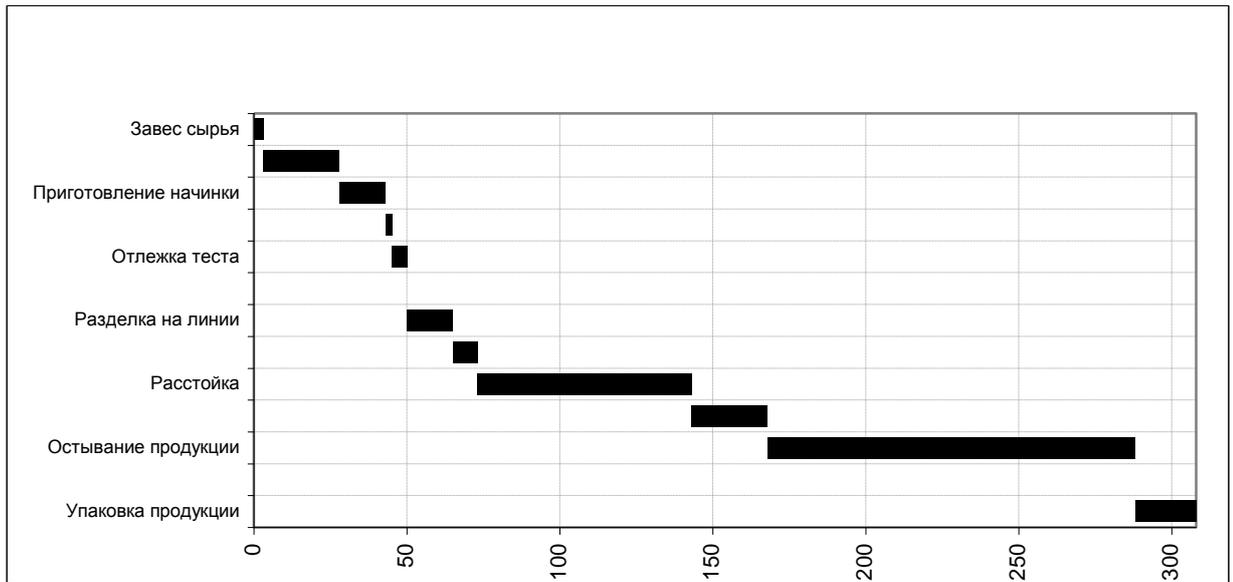


Рисунок 1. Хронограмма производства Русская коса 0,35 кг

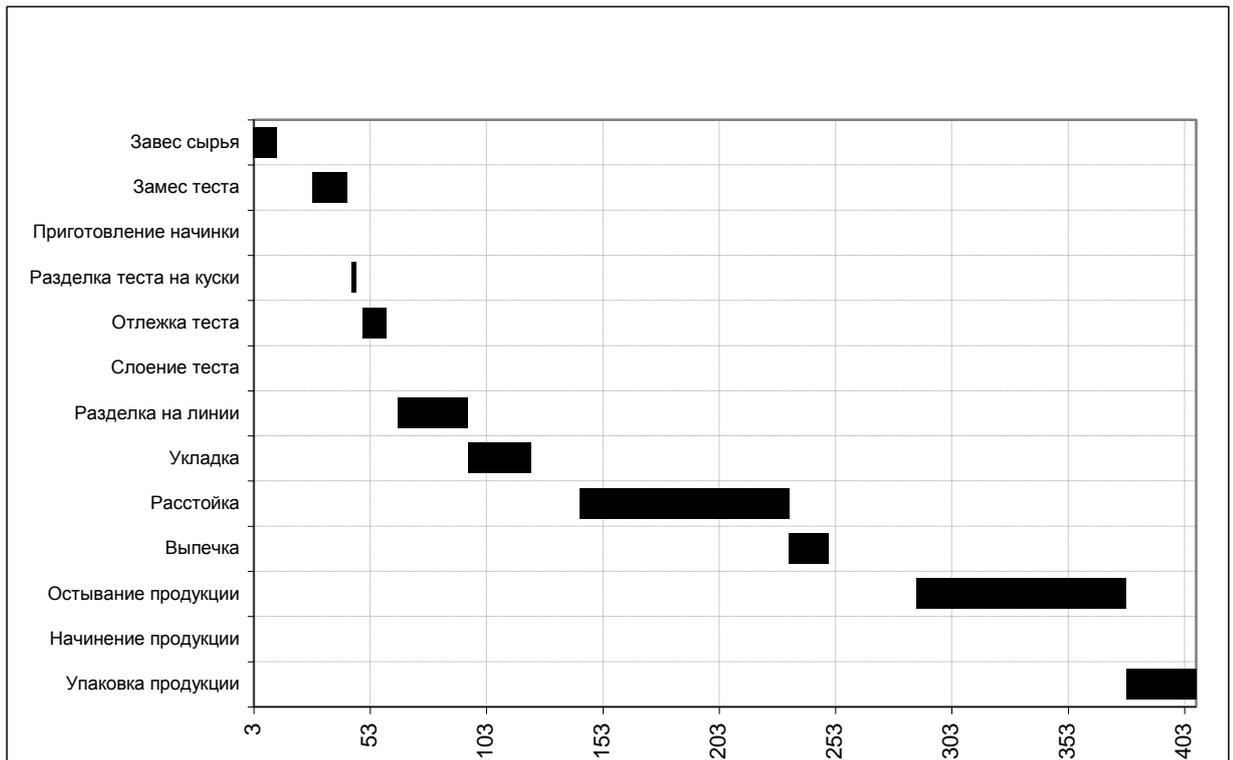


Рисунок 2. Хронограмма производства Перепечи 0,13 кг

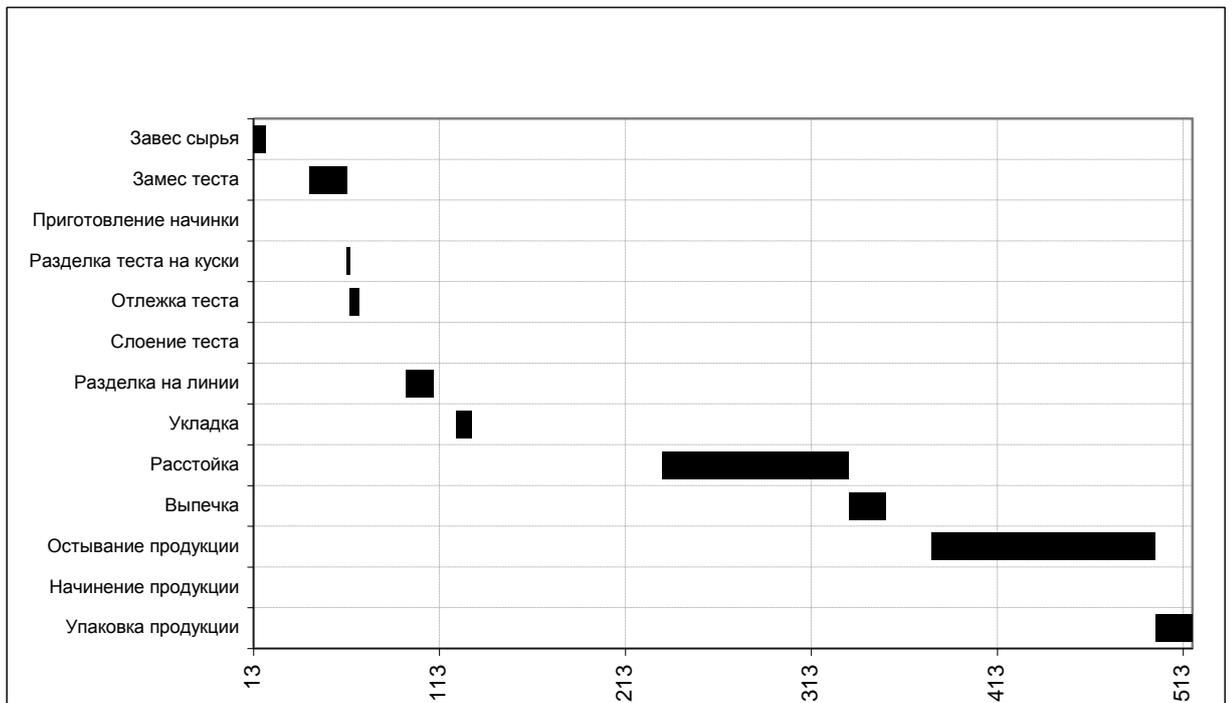


Рисунок 3. Хронограмма производства батон «Радужный» 0,25 кг

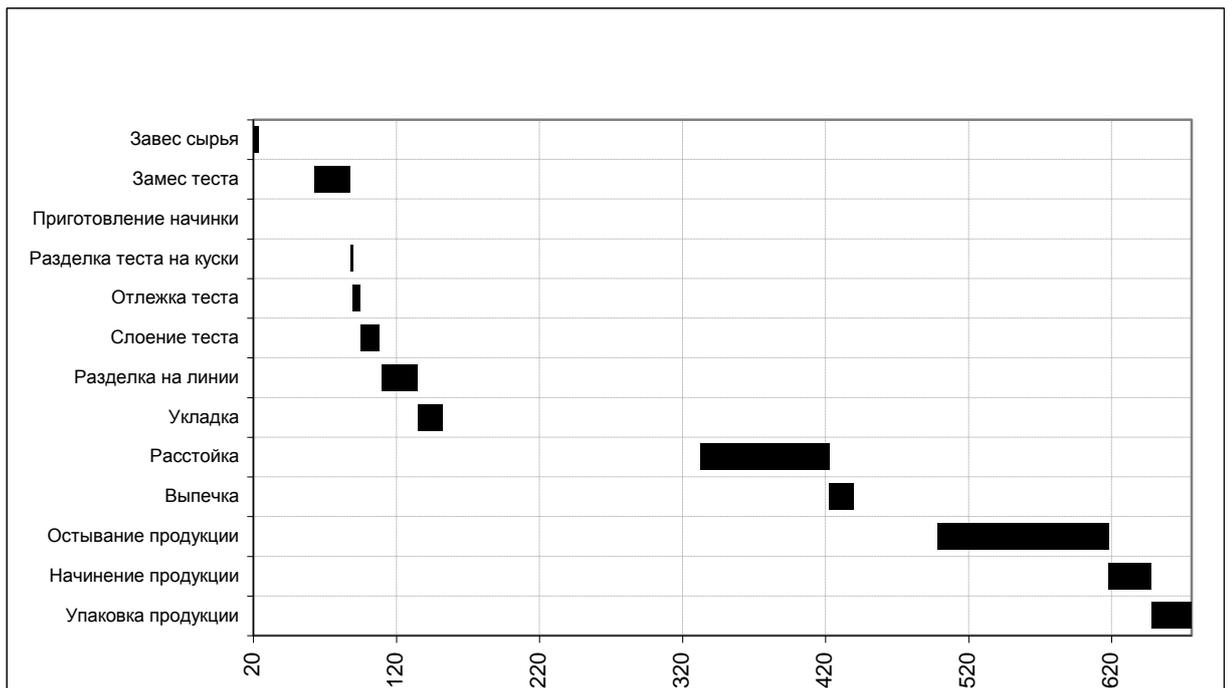


Рисунок 4. Хронограмма производства Круассаны

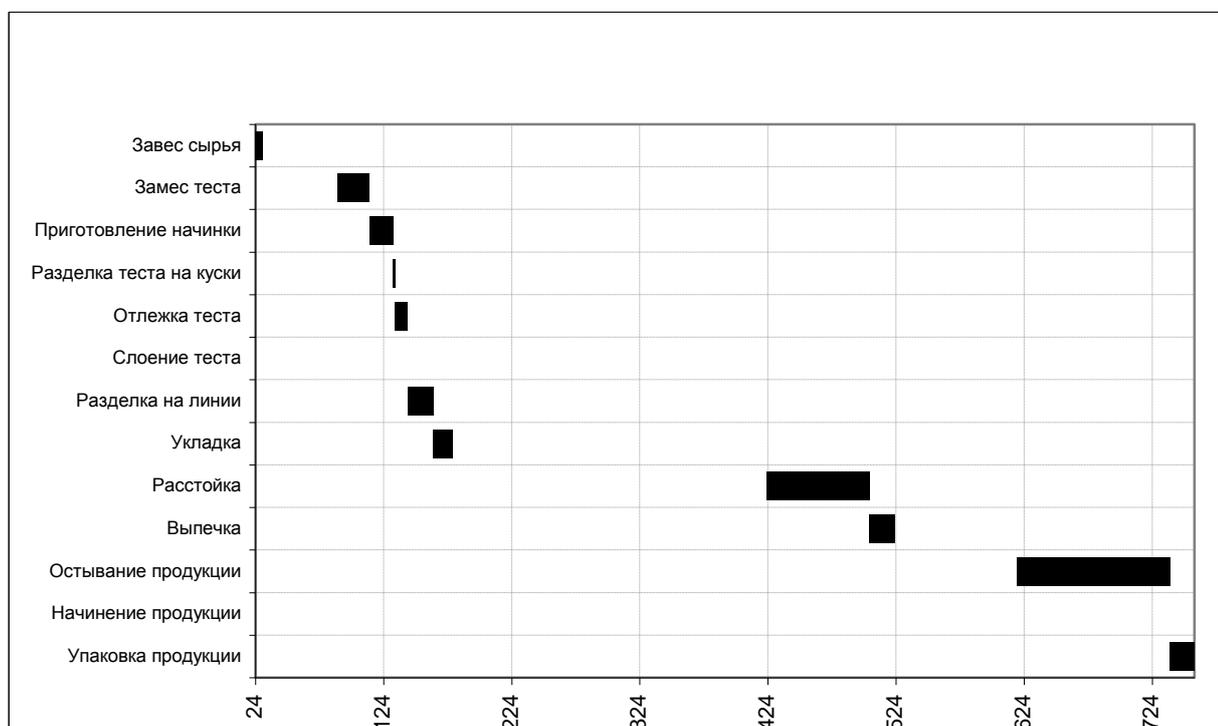


Рисунок 5. Хронограмма производства Сдоба «Дуэт» 0,3 кг

Учитывая вышеизложенное можно прийти к выводу о необходимости и важности использования метода полного перебора всех возможных вариантов. Использование матричной функции позволяет значительно сократить в этом случае объем вычислений, что позволяет при реализации алгоритмов поиска субоптимальных вариантов в задачах целочисленной оптимизации работы многоассортиментного конвейерного производства хлебобулочных изделий найти наилучший вариант оптимальный по нескольким наиболее важным с практической точки зрения критериям. Это позволяет не только повысить эффективность работы производственного конвейера, но и существенно сократить простои оборудования.

### Список литературы

1. Панфилов В.А. Технологические линии пищевых производств (теория технологического потока). – М.: Колос, 1993. – 288с.
2. Кафаров В.В., Макаров В.В. Гибкие автоматизированные производственные системы в химической промышленности - М. : Химия, 1990. - 320 с.

3.Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М. Теория расписаний. Одностадийные системы. М.: Наука, 1984. - 384 с.

4.Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струевич В.А. Теория расписаний. Многостадийные системы. М.: Наука, 1989. - 322 с.

# **Optimisation of a technological stream multiproduct manufacture of the baker's products**

Kosachev V.S., Koshevoy E.P., Sergeev A.A., ep-koshevoi@mail.ru

The Kuban state technological university

*In work the estimation of the optimum schedule of multiproduct manufacture of the baker's products by conveyor manufacture on group of machins is given. A number of criteria of an optimality is formulated. The algorithm of rotation is applied to the solution of problem.*

Key words: technological stream, multiproduct manufacture, optimum schedule