

УДК 664.03+664.08

Внешнее трение в моделировании работы червячного экструдера

Арет В.А., Верболоз Е.И., Пеленко Ф.В., Пеленко В.В.
valdurtera@rambler.ru

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики.
Институт холода и биотехнологии

Поставлена и решена задача описания процесса экструзии с использованием упруго-пластичной модели дисперсной среды и закона Кулона-Амонтона в зоне нагнетания шнекового экструдера при определенных допущениях. Приведен пример расчета с помощью персонального компьютера и пакета математических программ MathCAD при конкретных значениях геометрических и кинематических параметров.

Ключевые слова: экструдер, шнек, закон Кулона-Амонтона.

External friction in the simulation of the screw extruder

Aret V.A., Verboloze E.I., Pelenko F.V., Pelenko V.V.,
valdurtera@rambler.ru

Saint-Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics.
Institute of Refrigeration and Biotechnology

The problem of describing the process of extrusion with the use of an elasto-compressible model of dispersed medium and law of Coulomb- Amonton in the zone of the forcing of auger extruder with the specific assumptions is posed and solved. Is given an example of calculation with the aid of the personal computer and the batch of the mathematical programs of MathCAD with the specific values of the geometric and kinematic parameters.

Keywords: extruder, screw, Coulomb-Amontons law.

Процесс экструзии дисперсных жидкообразных пищевых сред на шнековых прессах обычно описывается одной из краевых задач Навье-Стокса, экструдат считают подчиняющимся линейному реологическому

закону течения и используются экспериментальные поправочные коэффициенты [1,2]. Это распространенная гидродинамическая теория шнековых экструдеров[3].

Однако большой класс дисперсных пищевых масс растительного и животного происхождения проявляет значительные нелинейности в уравнениях течения, многие материалы при моделировании процессов вообще следует отнести к упруго-пластичным средам [4,5,6,7,8], для которых использование в теории реологических уравнений сдвигового течения приводит к результатам, неадекватным экспериментальным данным.

Поставим задачу описания процесса экструдирования с использованием упруго-пластичной модели дисперсной среды в зоне нагнетания шнекового пресса [9]. Расчетная схема приведена на рис.1.

Рассмотрим движение дисперсной среды в межвитковом канале, под действием сил внешнего трения, считая ее упруго-пластичной пробкой. Полагаем в обратном движении, что червяк перемещается поступательно в направлении оси λ со скоростью v_λ и точка A упруго-пластичной пробки переместится в точку D. Скорости и перемещения точки A за время dt показаны на рис.1.

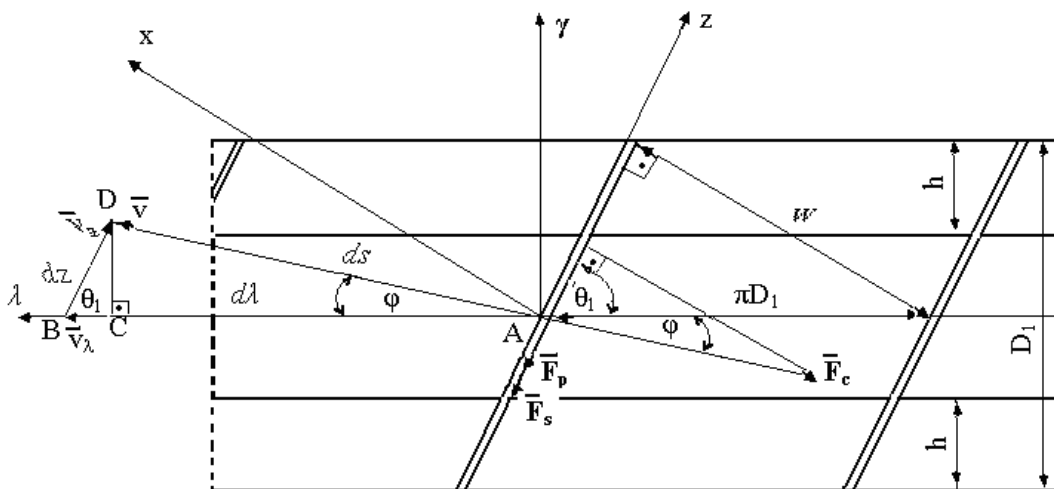


Рис.1 Схема зоны нагнетания червячного экструдера.

Тогда можно записать соотношения вида:

$$v_\lambda = \frac{d\lambda}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}; \quad v = \frac{ds}{dt}, \quad (1)$$

$$\vec{v}_z = \vec{v} - \vec{v}_\lambda. \quad (2)$$

Из треугольника ABD на рис.1 получим выражения

$$v_z = \frac{v_\lambda \sin \varphi}{\sin(\varphi + \theta_1)} = \frac{v_\lambda}{\cos \theta_1 + \sin \theta_1 \operatorname{ctg} \varphi}, \quad (3)$$

где θ_1 - угол подъема винтовой линии червяка по внешнему диаметру D_1 ;

φ - угол между линией траектории точки А и осью λ .

Запишем дифференциальное уравнение движения упруго-пластичной пробки в проекциях на ось z :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_c \cos(\theta_1 + \varphi) - F_s - F_p, \quad (4)$$

где F_c - сила трения по цилиндру пресса;

F_s - сила трения по поверхностям червяка;

F_p - сила противодействия при экструзии;

m - масса пробки.

Из условий стационарности процесса в зоне транспортирования упруго-пластичной пробки при отсутствии формующего инструмента экструдера запишем:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0; \quad F_p = 0; \quad \cos(\theta_1 + \varphi) = \frac{F_s}{F_c}. \quad (5)$$

Обозначим соотношение сил трения

$$R = \frac{F_s}{F_c}. \quad (6)$$

Тогда

$$\varphi = \arccos R - \theta_1. \quad (7)$$

Сделаем следующие допущения:

1. Нормальные силы (давления p) на поверхностях рабочего канала пресса со стороны упруго-пластичной пробки подчиняются гидростатическому закону Паскаля.
2. Силы трения, действующие на упруго-пластичную пробку, пропорциональны площадям контакта между пробкой и рабочими поверхностями пресса и подчиняются закону трения Кулона-Амонтона.
3. Толщиной пера червяка можно пренебречь.
4. Поперечное сечение пробки прямоугольное.

Тогда

$$R_A = \frac{F_s}{F_c} = \frac{A_s \cdot p \cdot f_s}{A_c \cdot p \cdot f_c} = \cos(\varphi + \theta_1) \quad , \quad (8)$$

где A_s и A_c - площади контакта пробки с червяком и цилиндром;

f_c и f_s - коэффициенты трения по цилиндру и червяку;

p - давление.

Вычислим названные площади:

$$A_c = \pi \cdot D_1 \cdot L \quad , \quad (9)$$

где L - длина червяка,

D_1 - внешний диаметр червяка.

$$A_s = A_{sD_0} + 2A_{sw} = \pi(D_1 - 2h)L + 2 \int_{R_0}^{R_1} L_z(r) dr, \quad (10)$$

где A_{sD_0} - площадь контакта пробки с поверхностью вала червяка;

A_{sw} - площадь контакта пробки с боковыми поверхностями межвиткового объема;

$L_z(r)$ - длина червячного канала на расстоянии r от оси червяка;

R_0, R_1 - внутренний и наружный радиусы червяка.

Из условия прямоугольности поперечного сечения пробки ($w = \text{const.}$) можно записать

$$w = \pi D_1 \sin \theta_1 = 2\pi r \sin \theta(r) \quad (11)$$

и

$$L_z(r) = \frac{L}{\sin \theta(r)} = \left(\frac{D_1 \sin \theta_1}{2r} \right)^{-1} \quad (12)$$

Проведя интегрирование (10) с учетом выражения (12), вычислим соотношения площадей R_A и после некоторых преобразований получим выражение вида

$$\varphi = \arccos \left\{ \left(\frac{f_s}{f_c} \left[1 - \frac{2h}{D_1} \left(1 - \frac{h}{\pi \cdot \sin \theta_1} \right) \right] \right) \right\} - \theta_1 \quad (13)$$

Теперь можно подсчитать объемный расход экструдера в режиме транспортера по следующей формуле

$$Q = v_z w \cdot h, \quad (14)$$

если выполнить подстановки по выражениям (3), (11) и (13).

Приведем пример расчета с помощью персонального компьютера и пакета математических программ MathCAD 2001 Professional при следующих значениях геометрических и кинематических параметров:

$$D_1 = 0.052 \text{ м}; \theta_1 = 0,615 (35,2^\circ); h = 0,0014 \text{ м};$$

$$n = 30 \frac{\text{об}}{\text{мин}}; f_s = 0.2; f_c = 0.8.$$

В обозначениях MathCAD получим следующее:

$$D1 := 0.052 \quad \Phi1 := 0.615 \quad h := 0.014 \quad n := 60 \quad fs := 0.2 \quad fc := 0.8$$

$$R := 1 - \left(\frac{2h}{D1} \right) \cdot \left[1 - \frac{\left(\frac{h}{D1} \right)}{\pi \cdot \sin(\Phi1)} \right] \quad w := \pi \cdot D1 \cdot \sin(\Phi1) \quad \sin(\Phi1) = 0.577 \quad w = 0.094$$

$$R = 0.679 \quad \arccos(R) = 0.825 \quad \phi := \arccos(R) - \Phi1 \quad \phi = 0.21$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\sin(R)} = 0.332 \quad v\lambda := \frac{D1}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot n}{30} \right) \cdot \cos(\Phi1) \quad v\lambda = 0.133 \quad \frac{360\phi}{2\pi} = 12.027$$

$$vz := v\lambda \cdot \frac{\sin(\phi)}{\sin(R)} \quad vz = 0.044$$

$$Q := \frac{\pi^2 \cdot D1^2 \cdot \left(\frac{n}{60} \right) \cdot \cos(\Phi1) \cdot \sin \left[\arccos \left[\frac{fs}{fc} \cdot \left[1 - \left(\frac{2h}{D1} \right) \cdot \left[1 - \frac{\left(\frac{h}{D1} \right)}{\pi \cdot \sin(\Phi1)} \right] \right] \right] - \Phi1 \right] \cdot \sin(\Phi1) \cdot h}{\sin \left[\arccos \left[\frac{fs}{fc} \cdot \left[1 - \left(\frac{2h}{D1} \right) \cdot \left[1 - \frac{\left(\frac{h}{D1} \right)}{\pi \cdot \sin(\Phi1)} \right] \right] \right] \right]}$$

$$Q = 1.263 \times 10^{-4}$$

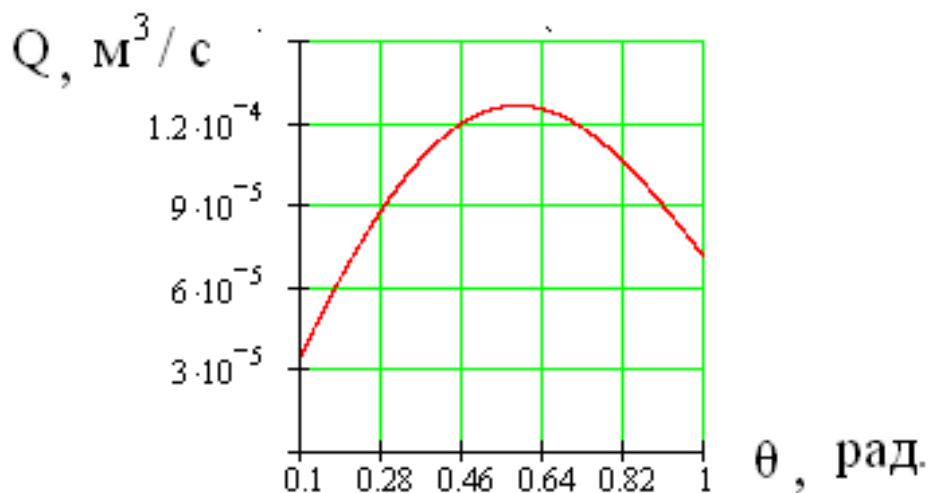


Рис.2. Зависимость объемного расхода от угла подъема винтовой линии червяка



Рис3. Зависимость производной объемного расхода по углу подъема винтовой линии червяка.

Таким образом, изложенные материалы представляют собой элементы теории червячных нагнетателей при заданных допущениях. Зависимости позволяют определять угол подъема винтовой линии червяка при максимальной производительности.

Поскольку приведенные теоретические и расчетные результаты получены при ряде существенных допущений (см. зависимости (5)), то в дальнейшем следует провести теоретические и

экспериментальные исследования для уточнения модели процесса, в том числе для случая $F_p \neq 0$.

Список литературы:

1. Азаров Б. М., Арет В. А. Инженерная реология пищевых производств. – М.: МТИПП, 1978. – 112 с.
2. Арет В.А., Николаев Б.Л., Забровский Г.П., Николаева Л.К. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов: Учеб. пособие/ 2-е изд., перераб. и доп. \ \ Учебное пособие с грифом УМО. - СПб. : СПбГУНиПТ, 2006.-435 с..
3. Gore W.L., MacKelvey J.M., Theory of Screw Extruders, ch.16 of “Rheology”, v. 3, edited by Eirich F.R., Academic Press, 1960. - pg.135.
4. Рейнер М. Деформация и течение. – М.: Изд-во нефтяной и горнотопливной промышленности, 1963. – С. 381.
5. Горбатов А. В. Реология мясных и молочных продуктов. – М.: Пищ. пром-сть, 1979. – 384 с.
6. Косой В. Д. Совершенствование процесса производства вареных колбас. – М.: Лег. и пищ. пром-сть, 1983. – 272 с.
7. Мачихин Ю. А., Мачихин С. А. Инженерная реология пищевых материалов. – М.: Лег. и пищ. пром-сть, 1981. – 216 с.
8. Рогов И. А., Горбатов А. В. Физические методы обработки пищевых продуктов. – М.: Пищ. пром-сть, 1974. – С. 583.
9. Шенкель Г. Шнековые прессы для пластмасс. – Л. : Гос.н-т изд. хим. Лит.,1962.- 467 с.