

УДК 664.68+519.24

Тепломассоперенос в креме кондитерском при его охлаждении в холодильной камере.

Вороненко Б.А., Пеленко В.В., Поляков С. В.

pro1@gunipt.spb.ru

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики.
Институт холода и биотехнологий.

Для процесса созревания крема кондитерского, упакованного в транспортную тару, необходимо его охладить в холодильной камере. Длительность процесса охлаждения зависит от тепловых и физических свойств, формы, размеров продукта и упаковки, а также от способа подвода энергии. В связи с этим разработана математическая модель совместного переноса теплоты и массы внутри продукта и упаковки в виде аналитического решения соответствующей краевой задачи, позволяющая определять поля температуры и влаги в материале, и тем самым влиять на процесс охлаждения.

Ключевые слова: крем кондитерский, охлаждение, упаковка, тепло – и массоперенос, аналитическое решение.

Carrying over of heat and weight in a cream confectionery at its cooling in the refrigerating chamber.

Voronenko B. A, Pelenko V. V, Polyakov S.V.

pro1@gunipt.spb.ru

St.-Petersburg national research university of information technology,
mechanics and optics
Institute of Refrigeration and biotechnologies

For process of maturing of a cream confectionery, packed into transport container, it is necessary to cool it in the refrigerating chamber. Duration of process of cooling depends from thermal and physical properties, the form, the sizes of a product and packing, and also on a way of a supply of energy. In this connection the mathematical model of joint carrying over of warmth and weight in a product and packing in the form of the analytical decision of the corresponding regional problem is developed, allowing to define temperature and moisture fields in a material and by that to influence cooling process.

Keywords: cream confectionery, cooling, packing, heat – and массоперенос, the analytical decision.

Заключительным этапом технологического процесса производства крема кондитерского является процесс охлаждения в холодильной камере упакованного в транспортную тару продукта. Это необходимо для проведения процесса созревания, который совершается в течение суток, при этом температура продукта снижается с 18⁰С до 3-5⁰С. Длительность процесса охлаждения зависит от тепломассообменных свойств, формы, размеров продукта и упаковки, а также от способа энергоподвода.

В работах [1,2] поставлена и решена аналитически краевая задача теплопроводности, описывающая процесс охлаждения в холодильной камере крема кондитерского. Получено распределение температур в продукте и оболочке (таре), позволяющее определять теплотери в процессе охлаждения, а также интенсивность (темп) охлаждения.

Однако, крем кондитерский относится к классу влажных связно-дисперсных систем, то есть является капиллярнопористым коллоидным телом [3], в котором перенос энергии (тепла) происходит не только путем теплопроводности (прямой эффект), но и в результате налагающегося эффекта – концентрационной теплопроводности. Характерной особенностью процессов переноса тепла и массы вещества в капиллярнопористых коллоидных телах является их взаимосвязь, когда тепло – и массоперенос являются единым комплексным процессом. Поэтому для более полного и точного описания этих процессов в креме кондитерском при его охлаждении необходимо применять теорию тепло – и массопереноса [4].

Будем рассматривать симметричную систему крем-упаковка в виде трех тел (неограниченных пластин, принимая высоту слоя крема значительно меньшей его ширины и длины): оболочка (тара) - слой крема - оболочка.

Так как экспериментальные исследования [5] показали, что коэффициенты теплопроводности крема и упаковки, удельная теплоемкость крема в указанном выше температурном интервале практически не изменяются (в течение всего процесса охлаждения изменения значений этих величин не превышают 1%), то теплофизические характеристики подвергаемых термической обработке (охлаждению) материалов считаем постоянными. Температура среды холодильной камеры поддерживается неизменной. Таким образом, для исследуемого нестационарного процесса можно применить систему дифференциальных уравнений в частных производных совместного тепло – и массопереноса для одномерного случая, разработанную академиком А.В.Лыковым [4]:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_{q1} \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r}{c_{q1}} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_m \delta \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}; \quad (2)$$

$(\tau \geq 0, 0 \leq x \leq l)$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_{q2} \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}, \quad (\tau \geq 0, l \leq x \leq L, l \ll L). \quad (3)$$

Краевые условия записываются в следующем виде:

$$t_1(x, 0) = t_2(x, 0) = t_0 = \text{const}; \quad (4)$$

$$U(x, 0) = U_0 = \text{const}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial U(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial U(l, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (7)$$

$$t_1(l, \tau) = t_2(l, \tau) = t_0 = \text{const}; \quad (8)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1(l, \tau)}{\partial x} = -\lambda_2 \frac{\partial t_2(l, \tau)}{\partial x}; \quad (9)$$

$$t_1(L, \tau) = t_c = \text{const}; \quad (t_c \leq t_0). \quad (10)$$

Здесь (1) – уравнение теплопередачи, (2) – уравнение массопереноса, (3) – уравнение теплопроводности.

Равенства (4) и (5) – начальные условия, описывающие температурные и влажностные состояния материала в момент начала процесса охлаждения.

(6) – условия симметрии.

Равенство (7) – условие влагоизоляции (массоизоляции) – отсутствие потока массы вещества через границу между кремом и оболочкой.

(8), (9) – граничные условия четвертого рода, определяющие равенство температур и потоков тепла на границе охлаждаемого крема.

Равенство (10) – граничное условие первого рода, определяющее равенство температуры поверхности упаковки температуре окружающей среды – холодильной камеры.

Краевая задача (1) – (10) решена аналитически методом интегрального преобразования Лапласа, распределение полей температуры и влагосодержания в креме кондитерском получено в следующем виде:

$$T(X, Fo) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 C_{ni} \cos(v_i \mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo); \quad (11)$$

$$\Theta(X, Fo) = \frac{1}{\varepsilon K_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 C_{ni} (1 - v_i^2) \cos(v_i \mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo). \quad (12)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$v_i^2 = \frac{1}{2} \left[\alpha + (-1)^i \sqrt{\alpha^2 - \frac{4}{Lu}} \right], \quad (i = 1, 2);$$

$$\alpha = 1 + \varepsilon K_0 P n + \frac{1}{Lu};$$

μ_n – последовательные положительные корни характеристического уравнения:

$$N_1 \cot(\omega_1 \mu) - N_2 \cot(\omega_2 \mu) = - \frac{K_\varepsilon}{\cot \mu_n}; \quad (13)$$

$$N_1 = \frac{1 - v_2^2}{v_1(v_2^2 - v_1^2)}; \quad N_2 = \frac{1 - v_1^2}{v_2(v_2^2 - v_1^2)};$$

$$\omega_i = \frac{v_i}{(K_l - 1)\sqrt{Lu}}, \quad (i = 1, 2);$$

$$C_{n1} = \frac{2N_1}{\mu_n \varphi_n \sin(v_1 \mu_n)}; \quad C_{n2} = - \frac{2N_2}{\mu_n \varphi_n \sin(v_2 \mu_n)};$$

С учетом уравнения (13):

$$\varphi_n = \cos[\sqrt{Ka} (K_l -$$

1)

$$\mu_n] \{ 1 + \sqrt{Lu} \cot(v_1 \mu_n) \cot(v_2 \mu_n) +$$

$$K_\varepsilon [v_1 \cot(v_1 \mu_n) + v_2 \cot(v_2 \mu_n)] \cot[\sqrt{Ka} (K_l - 1) \mu_n] \}$$

.

При рассматриваемых условиях охлаждения крема кондитерского коэффициент фазового превращения равен нулю ($\varepsilon \approx 0$). В этом случае дифференциальное уравнение (1) сводится к уравнению теплопроводности, краевая задача (1) – (10) существенно упрощается. Эту новую задачу можно исследовать отдельно.

Выводы.

1. Поставлена краевая задача совместного тепло – и массопереноса при охлаждении крема кондитерского в холодильной камере.
2. Получено аналитическое решение поставленной краевой задачи в виде закона распределения полей температур в продукте и оболочке (упаковке) и влагосодержания в креме. Это решение определяет зависимость температурных и влажностных полей от теплофизических характеристик продукта и оболочки, их геометрической формы и размеров, температуры теплоотводящей среды и времени процесса охлаждения.

3. Из найденного аналитического решения могут быть определены величины теплотер в процессе охлаждения, а также интенсивность (темп) охлаждения.

Условные обозначения.

$t_i = t_i(x, \tau)$, ($i = 1, 2$) – температура; t_0 – начальная температура; t_c – температура среды холодильной камеры; $(t_0 - t_c) = \Delta t$; °С, К;

x – линейная координата; l – половина высоты слоя крема; $(L - l)$ – толщина оболочки, м;

τ – время, с;

$U = U(x, \tau)$ – массосодержание крема кондитерского, кг влаги/кг сухого вещества; U_0 – начальное массосодержание;

a_{qi} – коэффициент температуропроводности, м²/с;

ε – коэффициент фазового превращения;

Γ – удельная теплота фазового перехода, Дж/кг;

C_{qi} – удельная теплоемкость, Дж/(кгК);

a_m – коэффициент потенциалопродности (массопроводности), м²/с;

δ – термоградиентный коэффициент, 1/К;

λ_i – коэффициент теплопроводности, Вт/(мК);

индекс $i=1$ относится к крему, $i=2$ – к упаковке (оболочке);

$T(X, Fo) = \frac{t_0 - t_i(x, \tau)}{t_0 - t_c}$ – безразмерная (относительная) температура;

$X = \frac{x}{l}$ – безразмерная координата;

$Fo = \frac{a_{q1} \tau}{l^2}$ – число (критерий) Фурье;

$\Theta(X, Fo) = \frac{U_0 - U(x, \tau)}{U_0}$ – безразмерное массо-(влаго-)содержание;

$Pn = \frac{\delta \Delta t}{U_0}$ – число Поснова;

$Lu = \frac{a_m}{a_{q1}}$ – число Лыкова;

$Ko = \frac{r U_0}{\Delta t C_{q1}}$;

$Ka = \frac{a_{q1}}{a_{q2}}$ – критерий, характеризующий термоинерционные свойства

первой среды по отношению ко второй;

$K_l = \frac{L}{l}$ – относительная толщина слоя первой второй сред;

$K_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ – критерий, характеризующий относительную

теплопроводимость первой и второй сред;

$K_\varepsilon = \frac{K_\lambda}{\sqrt{Ka}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_{q2}}{a_{q1}}} = \sqrt{\frac{\gamma_1 c_{q1} \lambda_1}{\gamma_2 c_{q2} \lambda_2}}$ – критерий, характеризующий

тепловую активность первой среды по отношению ко второй;

γ_i - плотность вещества, кг/м³.

Список литературы :

1. Бараненко А.В., Вороненко Б.А., Гусев Б.К., Пеленко В.В., Поляков С.В. Выбор математического описания процесса охлаждения крема кондитерского в холодильной камере.// Вестник КрасГАУ, Красноярск, вып.5, 2008. – С. 306 – 310.
2. Бараненко А.В., Вороненко Б.А., Поляков С.В., Пеленко В.В. Аналитическое решение краевой задачи теплопроводности в связи с процессом охлаждения крема кондитерского в холодильной камере. [Электронный ресурс]: Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств». Электронный журнал – Санкт – Петербург: СПбГУНиПТ, №2, сентябрь 2008.
3. Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
4. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 536 с.
5. Тамбулатова Е.В., Вороненко Б.А., Поляков С.В. О теплопроводности крема 26% для взбивания на растительной основе “Завиток”. [Электронный ресурс]: Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств». Электронный журнал – Санкт – Петербург: СПбГУНиПТ, вып.1, март 2011.