

Моделирование процесса нарезки хлеба.

Иминов Р.В.

batyapa@mail.ru

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, Институт холода и биотехнологии

В статье рассматривается задача нарезки хлебобулочных булочных изделий при наложении вибрации на ножи, позволяющая определить необходимые усилия резания, рациональные частоты и амплитуды движения ножей с точки зрения ресурсосбережения и трудозатрат на эксплуатацию, обслуживание и ремонт хлеборезательных машин.

Ключевые слова: хлеборезательные машины, вибрационное резание, ресурсосбережение.

Modeling of the bread-cutting process.

Iminov R. V., batyapa@mail.ru

Saint-Petersburg National Research University of Information Technologies , Mechanics and Optics, Institute of Refrigeration and Biotechnology

In the article considers the problem of slicing bread in the imposition of vibration to the knives, that makes it possible to determine the required cutting force, rational frequency and amplitude of motion of knives from the point of view of the resource, energy, labor expenses to the operation, maintenance and repair of the bread-cutting machines.

Keywords: bread-cutting machines, vibration cutting, economy of resources.

В статье [1] были приведены схема конструкции вибрационно-роторной хлеборезательной машины, а также схема экспериментальной установки для снятия кинематических и динамических показателей процесса вибронарезания хлеба. Экспериментально были проверены на работоспособность многоножевой вибрационный узел и роторное подающее устройство машины, показано, что процесс вибрационного резания позволяет улучшить качество нарезки «липких» и мягких сортов хлеба. На основании статистической обработки экспериментальных данных была получена математическая феноменологическая модель зависимости удельных усилий виброрезания от частоты колебаний режущего органа при $A=1\text{ мм}$; $V_{п}=0.1\text{ м/с}$ для хлеба Карельского, хлеба Боярского и Батона. Феноменологическая модель в виде

эмпирического полинома, хотя и описывает основные тенденции изменения удельных усилий резания, однако не позволяет раскрыть физические параметры процесса.

Обоснование конструкции виброрезательной машины и выбор ее динамических параметров требует построения адекватной математической модели процесса. Расчетная схема виброрезательного процесса приведена на рисунке 1.

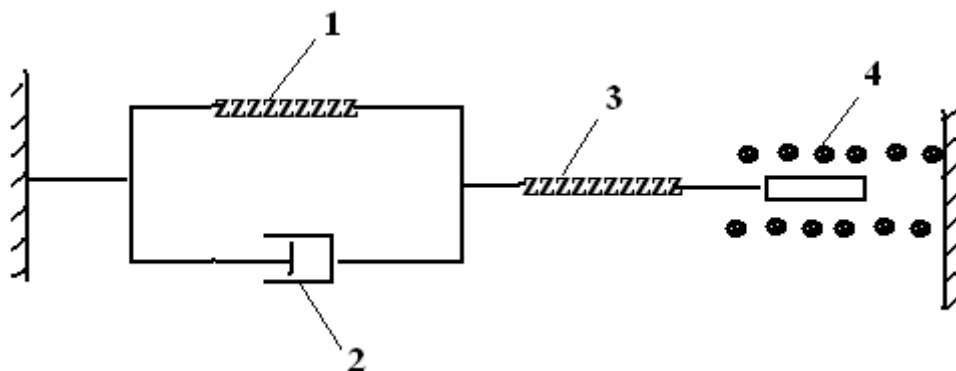


Рис. 1. Расчетная схема для построения теоретической модели вибронарезания хлеба. 1 – упругая компонента модели с модулем сдвига G_2 ; 2 – вязкая компонента модели с коэффициентом динамической вязкости μ ; 3 - упругая компонента модели с модулем сдвига G_1 , ; 4- вибратионный узел.

Символьная формула вязкоупругого модельного тела имеет вид :

$$S = H - (H | N), \quad (1)$$

где S – символ модельного тела,

H – символ упругого тела Гука,

N - символ вязкого тела Ньютона.

Условия вида

$$\tau = \tau_1 = \tau_2 \quad \text{и} \quad \gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (2)$$

позволяют построить дифференциальное уравнение этой вязкоупругой модели. Действительно, по линейным законам упругости Гука и вязкости Ньютона можно записать для упругого тела 3

$$\tau = \tau_1 = G_1 \gamma_1, \quad (3)$$

а для вязкоупругого тела 1-2 (тела Кельвина-Фойгта)

$$\tau = \tau_2 = G_2 \gamma_2 + \mu \frac{d\gamma_2}{dt}, \quad (4)$$

где τ - касательные напряжения,

γ — деформация сдвига.

t – время .

Тогда

$$\gamma_2 = \gamma - \frac{\tau}{G_1} \quad (5)$$

и

$$\frac{d\gamma_2}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} - \frac{1}{G_1} \frac{d\tau}{dt} \quad (6)$$

Подстановкой выражений (5) и (6) в формулу (4) получим дифференциальное уравнение, описывающее поведение вязкоупругой модели, изображенном на рисунке 1.

$$\frac{\mu}{G_1} \frac{d\tau}{dt} + \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right) \tau - \mu \frac{d\gamma}{dt} - G_2 \gamma = 0, \quad (7)$$

Пусть вибратор задает сдвиговые деформации, изменяющиеся по закону :

$$\gamma = A \sin \omega t \quad (8)$$

Тогда дифференциальное уравнение (7) будет иметь вид :

$$\frac{\mu}{G_1} \frac{d\tau}{dt} + \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right) \tau - A(\mu \omega \cos \omega t - G_2 \sin \omega t) = 0 \quad (9)$$

Дифференциальное уравнение (9) решаем при начальном условии вида :

$$\tau = 0 \text{ при } t = 0 \quad (10)$$

Уравнение (9) можно привести к частному виду линейного дифференциального уравнению 1-ого порядка вида :

$$\frac{d\tau}{dt} + a\tau = Q(t), \quad (11)$$

$$\text{где } a = \frac{G_1}{\mu} \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Q(t) &= G_1 A \omega \cos(\omega t) + \frac{A G_1 G_2}{\mu} \sin(\omega t) = \\ &= b \cos(\omega t) + c \sin(\omega t), \end{aligned} \quad (13)$$

$$b = G_1 A \omega,$$

$$c = \frac{G_1 G_2 A}{\mu} .$$

Тогда решение уравнения (11) можно представить так :

$$\tau = e^{-at} \left(\int_0^t Q(t) \cdot e^{at} dt \right) \quad (14)$$

Пусть

$$I = \int_0^t Q(t) \cdot e^{at} dt = \int_0^t \sqrt{b^2 + c^2} \left[\frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}} \cos(\omega t) + \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} \sin(\omega t) \right] \cdot e^{at} dt,$$

(15)

Примем

$$\sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}} \quad \text{и} \quad \cos \varphi = \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} . \quad (16)$$

Тогда

$$I(t) = \sqrt{b^2 + c^2} \int_0^t \sin(\varphi + \omega t) \cdot e^{at} dt \quad (17)$$

Используя интегрирование по частям, после преобразований (17) получим :

$$I(t) = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{\left[1 + \left(\frac{a}{\omega}\right)^2\right]\omega} \left\{ \left(\cos \varphi - \frac{a}{\omega} \sin \varphi\right) + e^{at} \cdot \right. \quad (18)$$

$$\left. \cdot \left[\frac{a}{\omega} \sin(\varphi + \omega t) - \cos(\varphi + \omega t)\right] \right\}$$

и

$$\tau = e^{-at} I(t) \quad (19)$$

Формулы (18) и (19) позволяют анализировать изменения касательных напряжений во времени при различных параметрах вязкоупругой модели вибронарезания хлеба.

Экспериментальные исследования показали, что удельное усилие резания зависит от частоты вибрации ножа по следующей формуле :

$$F(\omega) = 50e^{-0.04\omega} \sin(1.2 + 0.12\omega) + 35 \quad (20)$$

Эта зависимость показана на рисунке 2.

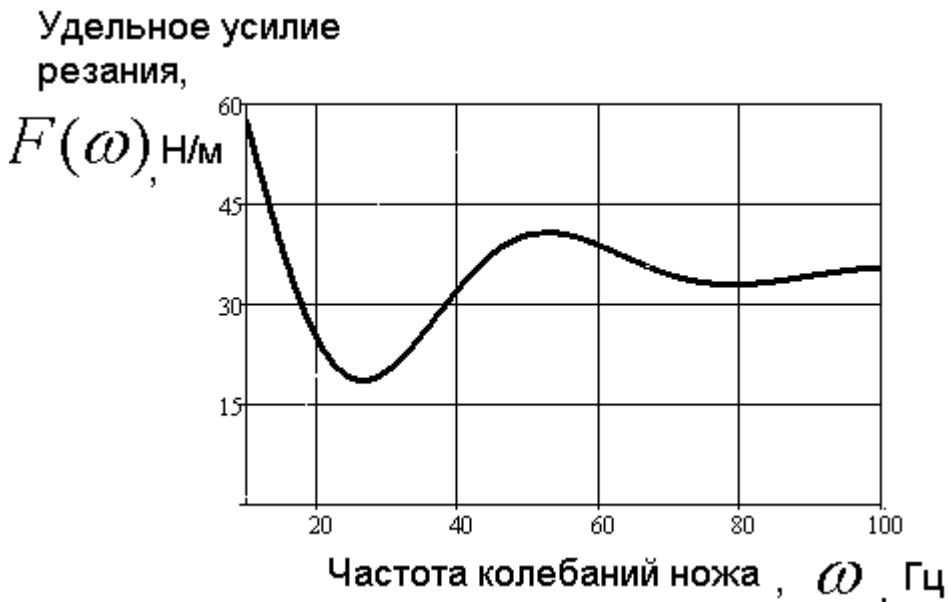


Рис.2. Зависимость удельных усилий резания от частоты колебаний режущего ножа.

Формулы (18), (19) и (20) позволяют анализировать процесс вибронарезания в широком диапазоне вязкоупругих свойств хлеба и обоснованно конструировать устройство.

Список литературы:

1. Арет В.А., Иминов Р.А., Антуфьев В.Т. Исследование ресурсосберегающего процесса нарезки хлеба. [Электронный ресурс] Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств»- Санкт-Петербург : СПбГУНиПТ, 2012.- №1.-март 2012.